MANUALE

DI

DISEGNO LINEARE GEOMETRICO

ANNO SECONDO

DELLE SCUOLE TECNICHE

CORSO COMPIUTO

DI

DISEGNO GEOMETRICO INDUSTRIALE

CONFORME I PROGRAMMI GOVERNATIVI

applicato

ALL'ARCHITETTURA E ALLA MECCANICA

AD USO

DELLE SCUOLE TECNICHE, DEGL'ISTITUTI TECNICI

E DELLE SCUOLE SERALI

Parte Prima. — **Corso Preparatorio**: Nomenclatura Geometrica. — Strumenti usati nel Disegno Geometrico. — Soluzione di varii Problemi Geometrici. — Copia e Riduzione dei disegni. Studio delle proiezioni. — Segni e Colori convenzionali. — Rilevamenti, modo di farli e loro uso. — Esercizi di Disegno Lineare. — Sviluppo della Superficie dei Solidi. — Con Atlante di 27 Tavole. — (Per gl' *Istituti Tecnici, Militari e Scuole Serali*). L. 6 »

Parte Seconda. — Il **Vignola degli Studenti** ossia Lezioni di Architettura e relativi disegni. — Cenni storici sulla origine dei diversi Stili Architettonici. — Regole teoriche e pratiche date dai Classici: numerosi Problemi relativi e piccolo Vocabolario di Architettura, con un Atlante di 63 Tavole. — Appendice: Materiali da costruzione. Misura delle varie parti d'un edificio. — (Per gl' *Istituti Tecnici, Accademie, Scuole Tecniche e Serali*) . . . » 18 »

Parte Terza. — **Disegno di Meccanica**: Costruzione delle principali Curve usate in esso. — Cinematica applicata: Macchine Utensili, Macchine a Vapore, Macchine Idrauliche, Macchine Agricole, loro applicazioni, ecc. — Appendice: Elementi di Meccanica, Problemi e Formole di pratica applicaz. — (Per gl' *Istituti Tecnici, Scuole Tecniche e di Meccanica applicata*).

Parte Quarta. — **Elementi di Geometria Descrittiva**: Teorica e Pratica delle Ombre e della Prospettiva. — Nozioni di disegno assonometrico. — (Per gl' *Istituti Tecnici*). Si pubblicherà in tre distinti fascicoli.

Ciascuna di queste parti consiste in un ricco Atlante e in un libro di testo con numerosi problemi ed esercizi ad uso degli insegnanti e degli alunni.

Dello stesso Autore:

Manuale di Architettura o Compendio della Seconda Parte del Corso Compiuto ecc. Con 43 Tavole. — (Per le *Scuole Tecniche, Serali e Militari*). . . . . » 4 50

Manuale di Disegno Geometrico con 31 Tavole in Litografia, contenenti 372 Figure. (Per le *Scuole Normali e Magistrali Maschili*) . . . . » 4 50

Detto, per le *Femminili*, in corso di stampa, diviso in due Parti: la 1ª conterrà il disegno geometrico, la 2ª gli elementi di disegno d'ornato, fiori, e paesaggio applicati ai varii generi di ricamo, ed altri lavori femminili; caduna Parte . . . . » 5 »

Cinque grandi Tavole Murali per l'insegnamento del Sistema Metrico Decimale coi ragguagli dai sistemi antichi usati nelle principali città d'Italia, conforme ai R. Decreti del 1857, 1859, 1862. — (Per le *Scuole Elementari, Tecniche e Magistrali*). — Terza Edizione.

Sciolte in foglio . . . . » 7 »

Montate su tela con cornice sotto o sopra . . . . » 15 »

Manuale di Disegno di Meccanica o Compendio della Terza Parte del Corso Compiuto ecc. — (Per le *Scuole Serali e degli Adulti*).

Manuale di Geometria Pratica ed Estimo contenente: Nomenclatura e definizioni geometriche dei logaritmi e loro uso; Nozioni di Trigonometria rettilinea; Definizioni preliminari sulla Geometria pratica. — *Longimetria*: Tracciamento delle linee; Misura delle distanze; Descrizione ed uso dei varii strumenti relativi, ed opportuni problemi. — *Planimetria*: Topografia, rilevamenti colle sole distanze, collo squadro, coi goniometri, coi goniografi; Descrizione ed uso dei relativi strumenti. — *Agrimensura*: Misura e divisione dei terreni, problemi relativi. — *Stereometria*: Misura dei solidi e delle fabbriche e loro parti, vôlte, legnami, ecc. — *Altimetria*: Livellazione, descrizione ed uso delle varie specie di livelli, calcolo degli interri ed esterri, ecc. — Estimo delle case, dei beni e latifondi, delle servitù prediali e urbane, delle alluvioni, condotta e dispensa delle acque, ecc. — Tavole del Peso Specifico dei corpi, Tavola di Ragguaglio fra le Misure metriche decimali e le antiche delle principali città d'Italia, e viceversa; Tavole di Prezzi correnti dei diversi materiali; Analisi dei lavori del falegname, muratore ecc.; Tavole delle Circonferenze e della Superficie dei Circoli aventi per diametro i numeri dall'1 al 10000 inclusivamente; quadrati, cubi, radici quadrate e cubiche dei medesimi. — (Per gl' *Istituti Tecnici e Scuole d'Applicazione*).

Tutte le suddette opere, oltre dei principali Librai, si spediscono dall'Autore, via Bogino, n° 8, contro Vaglia Postale del prezzo corrispondente.

MANUALE

DI

DISEGNO LINEARE GEOMETRICO

Conforme ai Programmi Governativi

ad uso

DEGLI ALUNNI DEL SECONDO ANNO DELLE SCUOLE TECNICHE

di

GIUSEPPE A. BOIDI

PROFESSORE ALLA SCUOLA TECNICA GOVERNATIVA DI MONCENISIO,
ALLA DOPPIA SCUOLA PUBBLICA DI DISEGNO GEOMETRICO E MECCANICA APPLICATA
DEL R. ALBERGO DI VIRTÙ,
E INCARICATO DELLE LEZIONI D'ARCHITETTURA E DI DISEGNO TOPOGRAFICO E DELLE MACCHINE
AL REGIO ISTITUTO TECNICO DI TORINO.

TORINO
TIPOGRAFIA SCOLASTICA DI SEBASTIANO FRANCO E FIGLI
1865.

A CHI LEGGE

Il bisogno, che ognora ne sente la italiana Industria; il desiderio di sovvenire per ogni via agli alunni delle Scuole tecniche, serali e militari, ed a tutti coloro, che aspirano ad un certo grado di coltura; il favorevole accoglimento fatto alla Prima Parte del nostro Corso Compiuto di Disegno Industriale, e le istanze di ottimi amici e colleghi, cui sta a cuore il progresso artistico della nostra patria, ne indussero a pubblicare per ciascuna Parte del nostro Corso un rispondente Manuale.

Eccone pertanto il primo. Esso abbraccia il Disegno Geometrico, ch'è senza contrasto uno de'principali fonti, da cui la Industria ritrae vigore e vita, e in pari tempo il mezzo ovvio di rapidamente propagarne i trovati e perfezionamenti, valendo nel maggior numero de'casi, in cui si voglia far comprendere la forma e la struttura di un oggetto qualunque, più un mediocre disegno, che una elaboratissima descrizione; tanto è difficile far comprendere alla mente ciò, che per sua natura è destinato alla soggezione degli occhi.

La Germania, l'Inghilterra, la Francia, il Belgio, abbondano di simili opere, adattate a qual si voglia classe di persone; l'Italia sola, un tempo già riverita maestra di quelle, oggi si fa loro discepola, e si rimane inerte, paga dei lavori, o buoni o rei, che le piovono da oltremonti e da oltremare.

E perchè ciò? Perchè appo noi non si è accordato ancora a questo insegnamento tutta la importanza e il favore cui merita, e che gli accordarono i Tedeschi, gl'Inglesi, i Francesi, i Belgi, de'quali ci è forza riconoscere il progresso, quantunque non ci curiamo d'indagare per quali vie essi lo abbiano conseguito; perchè fu creduto un insegnamento fatto per gli operai braccianti e per le menti incapaci di elevate discipline; perchè fu considerato come istruzione empirica e materiale, quasi che un edificio, una macchina, qual si sia prodotto

industriale non fosse il risultamento complessivo degli sforzi, per cui le varie scienze concorsero a formare un tutto. — La scienza senza applicazione a niente giova, e di nulla se ne avvantaggia la Società, il cui ben essere deve costituire la meta di tutte le scienze e di tutte le arti.

No, no; il Disegno industriale non è un disegno di pura imitazione, nè di mero passatempo; in esso non vi è figura, non linea, non punto, che non sia originato da un teorema o da un corollario scientifico. Di tanto erroneo concetto non può darsi che una spiegazione, ed è questa: come la luce, benchè purissima, passando a traverso un vetro colorato, rimane tinta del colore di questo; così tutte le discipline, anche le più sublimi, diverranno materiali passando per la mente e per le mani di uomini materiali. Unico rimedio a tale piaga, che rode generalmente le Scuole secondarie, si è il persuadersi una volta, che anche l'insegnamento in esse impartito deve assolutamente avere per norma i dettami della pedagogia: allorchè questa spanderà anche sovra di loro i benefici suoi raggi, le Scuole mediane daranno senza dubbio i frutti, che il paese ha diritto di ripromettersene, e il materialismo, il meccanismo, l'empirismo ne verranno per naturale conseguenza sbanditi.

Comunque sia la cosa, essa non vale a disanimarci punto, e nella speranza, che il signor Ministro d'Agricoltura, Industria e Commercio, quello della Istruzione Pubblica e gli onorevoli nostri Colleghi proseguiranno ad esserci generosi de' loro incoraggiamenti, procureremo di portare anche noi il granello di arena all'edifizio industriale della patria nostra, continuando ad effettuare l'assunto programma, superiore alle nostre forze ed agli ozii nostri, ma certamente non al nostro buon volere.

L'Autore.

INDICE

CAPO I. — *Nomenclatura Geometrica.*

ARTICOLO I. — Definizione delle Linee, degli Angoli e delle Figure rettilinee . *Pag.* 1

ARTICOLO II. — Delle Figure curvilinee: Circoli, Elissi, Ovali, Lunule, Biangole, e Linee rette dipendenti dalle medesime . . . . » 5

ARTICOLO III. — Dei Piani, degli Angoli diedri e dei Solidi o Poliedri . . . » 6

ARTICOLO IV. — Dei Solidi poliedri ossia Corpi terminati da piani . . . . » 7

CAPO II. — *Strumenti e Problemi.*

ARTICOLO I. — Dei principali Strumenti od Oggetti usati nel Disegno geometrico » 10

ARTICOLO II. — Problemi grafici: Modo di quadrare il foglio di disegno, Linee perpendicolari e parallele, Triangoli . . . . » 13

ARTICOLO III. — Costruzione dei Quadrilateri . . . . » 17

ARTICOLO IV. — Descrizione e divisione dei Circoli, costruzione dei Poligoni inscritti e circoscritti . . . . » 19

CAPO III. — *Costruzione dei Poligoni, dell'Elisse, delle Scale e delle Proiezioni.* (1).

ARTICOLO I. — Descrizione dei Poligoni regolari, loro Inscrizione e Circoscrizione, Tracciamento delle Tangenti . . . . » 21

ARTICOLO II. — Trasformazione dei Poligoni in altri equivalenti, descrizione dell'Ovale e dell'Elisse, Archi rampanti, Parabola . . . . » 23

ARTICOLO III. — Del Raccordamento delle Linee . . . . » 28

ARTICOLO IV. — Copia e Riduzione dei Disegni . . . . » 30

ARTICOLO V. — Delle Scale semplici e ticoniche, e della loro Costruzione . . . » 33

ARTICOLO VI. — Studio delle Proiezioni del Punto, delle Linee, delle Superficie » 39

ARTICOLO VII. — Proiezioni dei Solidi o Poliedri, Tratti di Forza . . . . . » 42

ARTICOLO VIII. — Dell'Elica, della Superficie elicoidale e della Vite . . . . » 46

CAPO IV. — *Esercizi d'Applicazione.*

ARTICOLO I. — Segni e Colori convenzionali generalmente usati nei Disegni architettonici ed industriali . . . . » 49

ARTICOLO II. — Dei Rilevamenti . . . . » 52

ARTICOLO III. — Esercizi di Disegno lineare: Applicazione dei varii problemi geometrici alla Costruzione dei Pavimenti a una o più tinte, a quella dei Meandri e delle Ringhiere . . . . » 53

(1) Per una svista tipografica si ommise nel testo il Numero e il Titolo di questo Capo.

MANUALE DI DISEGNO

AD USO

DEGLI ALUNNI DELLE SCUOLE TECNICHE

PARTE PRIMA

DISEGNO LINEARE GEOMETRICO

CAPO I.

NOMENCLATURA GEOMETRICA

ARTICOLO 1.

Definizione delle Linee, degli Angoli e delle Figure rettilinee.

TAV. I.

1. Il disegno lineare è l'arte di rappresentare per mezzo di semplici linee il contorno e la figura dei corpi. Egli si divide in *disegno geometrico* o *matematico*, se si fa uso della riga e del compasso, e in *disegno a vista* o *a mano libera*, se non si fa uso di strumenti (1).

2. La base del disegno lineare è il disegno geometrico, cioè quella parte della Geometria, che insegna l'uso della riga e del compasso per la determinazione delle linee.

3. La geometria è la scienza, che ha per oggetto la misura dell'estensione.

4. Si distinguono tre specie di estensione, vale a dire: l'estensione in lunghezza, che dicesi *linea*; l'estensione in lunghezza e larghezza, che dicesi *piano* o *superficie*, e l'estensione in lunghezza, larghezza e spessezza o profondità, che dicesi *volume*.

5. Chiamasi *corpo solido* tutto ciò che riunisce queste tre specie d'estensione, le quali diconsi anche *dimensioni*.

6. Chiamasi *punto* uno spazio di estensione infinitamente piccola. Il punto geometrico non può dunque cadere sotto ai nostri sensi, perciò si rappresenta mercè un punto fisico *A*, un punto d'intersezione *F* di due rette *BD* e *CD*, un punto d'intersezione *S* di due curve *FI* ed *RA*, un punto d'intersezione *T* di una retta *LN* e di una curva *OM*, o finalmente un punto d'incontro di più linee, *PS*, *PQ*, *PR*. (Fig. 1, 2; Fig. 3, 4, 5)

7. *Linea* dicesi l'estensione in lunghezza senza larghezza, oppure la traccia che indica il passaggio da un punto ad un altro. (Fig. 6, 7)

8. Rispetto alla loro forma le linee si distinguono in *rette* o *curve*. Tanto le linee rette quanto le curve sono o *continue* o *punteggiate*.

(1) Tanto il disegno geometrico quanto quello a mano libera, cioè ornamentale o di figura, possono essere a semplici linee (*lineare*) oppure aver effetto d'ombre.

TAV. I.

9. Le linee punteggiate serveno a indicare le costruzioni geometriche, che si son fatte sopra un disegno, o le parti nascoste del medesimo. Si usano varie specie di punteggiature per distinguere nn'operazione dall'altra.

Fig. 6, 7 — 10. Dicesi linea *retta* la più breve distanza fra due punti, così *AB*, *CD*.

Fig. 8, 9, 10, 11 — 11. Dicesi linea *curva* quella, che non è retta nè composta di linee rette; essa può avere un'infinità di forme, come *arcata*, *AB*, *serpentina CD*, *A'B'*, *spirale CH*.

Fig. 12, 13, 14, 15 — 12. *Spezzata* chiamasi la linea formata da rette con diversa direzione unite fra loro, *AB*, *BC*, *CD*, *EF*.

Fig. 16, 17 — 13. Linea *mista* dicesi quella, che è composta di linee rotte e curve unite fra loro, *IL*, *QOP*.

14. Tre sono le principali posizioni, che una linea può avere indipendentemente da un'altra o nello spazio: può essere cioè *orizzontale*, *verticale* od *inclinata*.

Fig. 18, 19, 20 — 15. Dicesi *orizzontale* una linea, *AB*, che segue il piano dell'acqua stagnante, *CD*; *verticale*, *MN*, quella che ha la direzione del filo a piombo e piombino, ed *inclinata*, *R* ed *S*, quella che non è nè orizzontale nè verticale.

Fig. 19 — 16. Il piombino è un peso qualunque attaccato ad un filo lasciato libero.

17. Le linee possono avere relativamente fra loro varie posizioni, cioè essere *convergenti*, *divergenti*, *perpendicolari*, *oblique*, *parallele*.

Fig. 22 — 18. *Convergenti* si dicono quelle linee, *AB*, *CD*, che, prolungate bastantemente, s'incontrerebbero; *divergenti* quelle che, prolungate, s'allontanano sempre più una dall'altra.

Fig. 23 — 19. *Perpendicolare* si chiama una retta, *DC*, che ne incontra un'altra, *AB*, senza pendere più a destra che a sinistra.

Fig. 24 — 20. Chiamasi *obliqua* quella linea, *CD*, che incontrandone un'altra, *AB*, pende più a ritta che a manca, o viceversa.

Fig. 21, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32 — 21. Due e più linee si dicono *parallele* allorchè, prolungate all'infinito, non s'incontrano mai. Possono essere: curve, rette, miste, orizzontali, verticali, ecc.

Fig. 33, 34, 35 — 22. *Angolo* chiamasi il vicendevole incontro di due linee, che si chiamano *lati* dell'angolo; il punto, dove s'incontrano, dicesi *vertice*.

Fig. 33, 34, 35 — 23. L'angolo dicesi *retto*, quando ha i lati, *BA* ed *AC*, rispettivamente perpendicolari fra loro; *acuto*, quando l'apertura dei lati è minore del retto, come l'angolo *IDL*; *ottuso*, quando l'apertura dei lati, *MN* ed *NP*, è maggiore di un retto.

24. Dicesi *complemento* di un angolo ciò che gli manca per fare un retto, e *supplemento* ciò che gli manca per farne due.

Fig. 36, 37, 38, 39, 40 — 25. La grandezza d'un angolo non dipende dalla lunghezza dei lati, ma dalla maggiore o minore apertura di essi. Nell'enunciare un angolo si leggerà sempre la lettera del vertice in mezzo; così quello a Fig. 33 si leggerà *BAC* o *CAB*.

Fig. 33, 34, 35, 36, 37 — 26. Rispetto alla forma dei lati gli angoli si distinguono in *rettilinei*, se sono formati da linee rette; *curvilinei*, se sono formati da linee curve, e *mistilinei*, se sono formati da linee rette e curve.

Fig. 38 — 27. La somma di tutti gli angoli, che si possono formare intorno a un punto dalla stessa parte di una retta, è sempre uguale a due angoli retti: $YXI + IXH + HXG + GXF + FXE + EXO + OXC + CXZ = 2$ angoli retti.

28. Due o più angoli si dicono *adiacenti*, quando hanno un lato comune, cioè quando sono uno accanto all'altro, come a Fig. 34 *HDI* e *LDI*.

Fig. 39, 40, 41 — 29. Chiamansi angoli *opposti al vertice* quelli formati da due linee che s'incontrano; così il lato *AE* tagliato dalla linea *DC* forma quattro angoli opposti al vertice a due a due: *DFA* p. e. è opposto al vertice dell'angolo *EFC*. Gli angoli possono avere una o più linee perpendicolari ad uno dei loro lati, come la retta *DC* al lato *EA*, e i loro lati rispettivamente perpendicolari, o i lati paralleli fra loro o ad una retta.

Fig. 42 — 30. Gli angoli, che hanno i lati paralleli e l'apertura nello stesso senso od in senso contrario, sono eguali.

31. Quando hanno due lati paralleli e l'apertura uno a destra, l'altro a sinistra e gli

altri due lati o paralleli e comuni, gli angoli sono *supplementari*, cioè la loro somma è uguale a due angoli retti. TAV. I.

32. Quando due rette parallele, *AB* e *CD*, sono tagliate da una terza, *EF*, esse formano otto angoli, quattro esterni e quattro interni. Così gli angoli *BHG* e *DGH* diconsi *interni dalla stessa parte*; e tali sono pure *AHG* e *CGH*. Gli angoli *BHE* e *DGF* diconsi *esterni dalla stessa parte*; tali sono anche *EHA* e *CGF*. Gli angoli *BHE* e *DGH* diconsi *corrispondenti*; tali sono pure a due a due gli angoli *BHG* e *DGF*, *AHE* e *CGH*, *AHG* e *CGF*. Gli angoli *AHF* e *DGH* diconsi *alterni interni*; tali sono pure *BHG* e *CGH*. Gli angoli *AHE* e *DGF* diconsi *alterni esterni*, e tali sono anche *EHB* e *CGF*. Fig. 44

33. Dicesi *piano* o *figura piana* quella superficie, su cui può adattarsi in tutti i versi una linea retta. Ogni superficie, che non sia piana nè composta di superficie piane, si chiama *curva*. La somma delle linee, che racchiudono una figura, dicesi *perimetro*. TAV. II.

34. Ordinariamente si chiamano *poligoni* le figure rettilinee, e le rette del loro perimetro *lati* del poligono.

35. Il *triangolo* è una superficie chiusa da tre linee formanti angolo fra loro, le quali diconsi *lati* del triangolo, come *ACB*, *FGH*, *NPM*. I lati *AB*, *FH*, ecc., su cui i triangoli si suppongono eretti, diconsi *basi* dei triangoli, o si chiama *vertice* l'angolo opposto alla base. Fig. 1, 2, 3

36. I triangoli si possono dividere: 1° rispetto alla lunghezza dei lati; 2° rispetto agli angoli; 3° rispetto alla forma dei lati, e diconsi *equilateri*, *isosceli*, *scaleni*; *rettangoli*, *ottusangoli*, *acutangoli*; *rettilinei*, *curvilinei*, *mistilinei*. Fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

37. Chiamasi triangolo *equilatero* quello, che ha tutti tre i lati eguali, come *ABC*. Fig. 1, 2, 3

38. Triangolo *isoscele* od *equicrure* dicesi quello, che ha due lati eguali (così il lato *FG* è uguale a *GH*), e per conseguenza pure due angoli eguali opposti a questi lati. I due triangoli *NPM* ed *IQL* sono puro duo triangoli isosceli coi lati paralleli. Se nel triangolo isoscele si abbassa una perpendicolare dal vertice sulla base, questa verrà divisa in due metà; così pure se vi si innalza una perpendicolare in mezzo alla base, essa passerà pel vertice e dividerà l'angolo opposto alla base in due parti eguali: tale linea dicesi *altezza* del triangolo.

39. Per altezza di un triangolo s'intende dunque la perpendicolare; *DC*, *GE*, *FQ*, RP, *XU*, abbassata da un angolo sul lato ad esso opposto o sul suo prolungamento. *DG* è nella Fig. 49 l'altezza del triangolo *ABD* abbassata in *G* sul prolungamento del lato o base *AB*. È però indifferente il prendere un lato qualunque per base, e per conseguenza in un triangolo si potranno sempre determinare tre altezze. Fig. 1, 2, 3, 4

40. Triangolo *scaleno* si chiama quello, che ha tutti i lati disuguali. Fig. 4, 6, 7

41. Chiamasi triangolo *rettangolo* quello, che ha un angolo retto, come *ZYX*. I lati *ZY* e *YX*, perpendicolari fra loro, diconsi *cateti*, e quello opposto all'angolo retto dicesi *ipotenusa*. In questo caso l'altezza *ZY* è un cateto, e l'altro cateto *YX* la base. Fig. 5

42. Triangolo *ottusangolo* chiamasi quello, che ha un angolo ottuso, come *ABD*. Un triangolo non può avere che un solo angolo ottuso ed un solo retto, perchè la somma dei suoi tre angoli è sempre uguale a due retti. Fig. 6

43. Triangolo *acutangolo* dicesi quello, che ha tutti gli angoli acuti, *EHG*, *INL*. Fig. 7, 8

44. Triangolo *rettilineo* chiamasi quello, che è formato da linee rette. Fig. 9

45. Triangolo *curvilineo* quello, che è formato da linee curve. Fig. 10, 11

46. Triangolo *mistilineo* quello, che è formato da linee rette e curve. Fig. 12

47. Una figura piana chiusa da quattro lati dicesi *quadrilatero*. I quadrilateri, che si distinguono con nomi particolari, sono cinque, cioè: il *quadrato*, il *rettangolo*, il *rombo*, il *romboide* ed il *trapezio*. Chiamasi *trapezoide* il quadrilatero diverso dai cinque precedenti, che non ha cioè alcun lato parallelo. Fig. 13, 14, 15, 16

48. Il *quadrato* è una figura chiusa da quattro lati eguali formanti quattro angoli retti, *BEFC*. Le linee, che uniscono gli angoli opposti, cioè adiacenti ad uno stesso lato, Fig. 13

TAV. II. diconsi *diagonali*. Nel quadrato se ne possono condurre due: *BF* ed *EC*, che si tagliano per metà in *D*.

Fig. 14 — 49. Il *rettangolo*, detto anche *quadrilungo*, è un quadrilatero, i cui lati opposti, *HI*, *GL*, ed *HG*, *IL*, sono eguali e formano quattro angoli retti, e nel quale si possono condurre due diagonali, *GI* ed *HL*, che si tagliano per metà in *M*.

Fig. 15 — 50. Il *rombo* è una superficie chiusa da quattro rette uguali, *OQ*, *QP*, *PN*, *NO*, formanti quattro angoli, onde due opposti sono eguali ed acuti, e gli altri due opposti pure uguali ma ottusi; le diagonali vi si tagliano per metà e sono perpendicolari fra loro.

Fig. 16 — 51. Il *romboide* è un quadrilatero, *STUV*, che ha i lati e gli angoli opposti eguali; di questi ultimi due sono acuti e due ottusi. La sua *altezza* è una perpendicolare, *XY*, condotta fra due lati paralleli. Questi quattro quadrilateri, che hanno i lati paralleli a due a due, si chiamano *parallelogrammi*.

Fig. 17 — 52. Il *trapezio* è un quadrilatero, il quale ha due lati disuguali paralleli, *FE*, *AB*, che si chiamano *basi*, e gli altri lati eguali ma non paralleli, come *FA*, *EB*. Se il trapezio ha i lati non paralleli eguali fra loro, dicesi *simmetrico*, e la retta, che congiunge i due punti medii, *GH*, dei due lati paralleli, *asse di simmetria*. Prolungando quest'asse di simmetria e i due lati non paralleli nello stesso senso, le tre rette vanno ad incontrarsi in un medesimo punto. La perpendicolare, *CD*, condotta fra i due lati paralleli, dicesi *altezza* del trapezio.

Fig. 18 — 53. Il *trapezio rettangolo* è un quadrilatero come il precedente, salvo che uno dei due lati non paralleli è perpendicolare ai due paralleli *MN* ed *IG*; l'altezza del trapezio rettangolo, *LH*, è uguale al lato perpendicolare, *GM*.

Fig. 19 — 54. Il *trapezoide* è un quadrilatero qualunque, *OPQR*, non avente alcun lato parallelo. Conducendo in questo, come in tutti i poligoni irregolari, nei quali non si può tracciare l'altezza, una diagonale, *OQ*, indi abbassando dagli angoli opposti a questa diagonale due o più perpendicolari, *RS*, *TP*, il poligono verrà scomposto in tre, in quattro o in più triangoli rettangoli.

Fig. 20, 21, 22, 23, 24 — 55. Oltre ai già detti poligoni di tre e quattro lati, prendono nomi particolari secondo il numero di questi i poligoni di cinque a dodici lati inclusivamente. Così dicesi *pentagono* il poligono di cinque lati, *ABCDE*; *esagono* quello di sei, *HILMNO*; *ettagono* quello di sette, *TUVXYZP*; *ottagono* quello di otto, *ABCDEFGH*; *ennagono* quello di nove, *ABCDEFGHI*; *decagono* quello di dieci, *endecagono* quello di undici, e *dodecagono* quello di dodici. Questa nomenclatura non si estende regolarmente più oltre, benchè dicasi ancora *pentedecagono* la figura di quindici lati, ed *icosagono* quella di venti. I poligoni si chiamano *regolari*, quando hanno tutti i lati e tutti gli angoli eguali. Eglino si scompongono in tanti triangoli eguali, quanti sono i lati, se si unirà il loro centro con tutti i loro vertici.

56. La perpendicolare abbassata dal centro sui lati dicesi *apotema* del poligono; così *GF*, *PQ*, *RS* nelle Fig. 20, 21, 22.

Fig. 25, 27 — 57. Si chiama poligono *convesso* quello, che ha tutti gli angoli coi vertici sporgenti in fuori e coll'apertura rivolta verso il suo interno..

58. Questi angoli si chiamano *salienti* per distinguerli dai *rientranti*, che sono posti in senso contrario, cioè che hanno il vertice verso l'interno del poligono e l'apertura rivolta al di fuori. Nella parte dove sono gli angoli rientranti il poligono chiamasi *concavo*;

Fig. 27 — nel poligono *HNOPQLIM* l'angolo *HMI* dicesi rientrante.

59. Il carattere distintivo dei poligoni convessi è, che il loro perimetro non può esser tagliato in più di due punti da una retta diversa dai suoi lati, oppure, che un lato qualunque prolungato infinitamente non può mai incontrare il resto del perimetro.

Fig. 23, 24 — 60. In un poligono si possono condurre dallo stesso punto tante diagonali quanti sono i lati, meno tre; così nel pentagono se ne potranno condurre due, nell'esagono tre, nell'ettagono quattro, ecc. Queste diagonali lo scompongono in tanti triangoli quanti sono

i lati, meno due: così il poligono *ABCDEFGH* essendo un ottagono sarà scomposto in sei triangoli. TAV. II.

61. Dicesi *stellato* un poligono, i cui lati sono tutti eguali e gli angoli parte salienti e parte rientranti, sempre però alternati fra loro: così *L, M, N, O, P*, sono angoli salienti, e *T, S, R, U, L* sono angoli rientranti. Questo poligono si potrebbe chiamare *concavo regolare*. Fig. 23

ARTICOLO II.

Delle Figure curvilinee: Circoli, Elissi, Ovali, Lunule, Biangole, e Linee rette dipendenti dalle medesime.

TAV. III.

62. Si chiama *circolo* una figura piana terminata da una linea curva, i cui punti sono tutti equidistanti da un punto interno detto *centro*, e che si chiama *circonferenza* o *periferia*. Fig. 1. 2. 3

63. Chiamasi *raggio* o *semidiametro* la retta, *AB*, che misura la più breve distanza fra il centro e la circonferenza. In un circolo si può tracciare un'infinità di raggi, i quali saranno tutti eguali fra loro. Fig. 4

64. *Diametro* dicesi una retta, *CD*, che passando pel centro termina da ambe le parti alla circonferenza. Esso divide il circolo in due parti eguali, di cui ciascuna si chiama *semicircolo*. Se in un circolo si conducono due diametri, *HL* ed *IM*, perpendicolari fra loro, essi dividono la circonferenza in quattro parti eguali. Fig. 5 Fig. 6

65. Si chiama *segante* o *secante* una linea, *OB*, che passando nel circolo il taglia in due parti disuguali. Fig. 7

66. *Tangente* si dice una retta, *DC*, che ha comune colla circonferenza un solo punto, chiamato *punto di contatto*. Fig. 8

67. Dicesi *arco* una parte qualunque della circonferenza, *ACB*, e *corda* e *sottesa* la retta, *AB*, che unisce le due estremità dell'arco. In uno stesso circolo le corde sono sempre minori del diametro. La retta, *DI*, perpendicolare in mezzo alla corda, dicesi *saetta*. Fig. 9. 10

68. *Segmento* di circolo chiamasi la parte di esso compresa fra un arco e la sua corda, *HI*, che dicesi *base* del segmento. Fig. 11

69. *Settore* si chiama la parte di circolo compresa fra un arco e i due raggi condotti all'estremità del medesimo, *HO* ed *OC*. Quando il settore è uguale alla quarta parte d'un circolo dicesi *quadrante*, e quando supera il semicircolo dicesi *settore maggiore*, *ACB*. Fig. 12 Fig. 13

70. Chiamansi *concentrici* tutti i circoli descritti nello stesso piano e aventi comune il centro, come *A, B, C*. Le circonferenze dei circoli concentrici sono sempre parallele. Fig. 14

71. Diconsi circoli *eccentrici* quelli, che, essendo descritti nello stesso piano, non hanno comune il centro, come *A, B, C*. Fig. 15

72. Due o più circonferenze si dicono *tangenti*, quando hanno comune un solo punto, il quale si chiama *punto di contatto*. Esse possono essere *tangenti interne* od *esterne*. Fig. 16. 17

73. Il circolo si spartisce secondo l'antica divisione sessagesimale in 360 parti, che diconsi *gradi sessagesimali*; il grado si divide in 60 *minuti*, il minuto in 60 *secondi*, il secondo in 60 *terzi*. Fig. 18. 19

74. I gradi s'indicano con un piccolo zero (°) posto in alto a destra del numero, i minuti primi con un accento acuto ('), i secondi con due (''), i terzi con ('''): così quindici gradi otto minuti primi sei secondi e quattro terzi si scriverebbero 15° 8' 6'' 4'''. Nella nuova divisione *centesimale* la circonferenza si spartisce in 400 gradi, il grado in 100 minuti, il minuto in 100 secondi, ecc. Si preferisce però d'ordinario la divisione sessagesimale, avendo essa un numero di divisori maggiore della seconda.

75. Chiamasi *angolo inscritto* quello, che ha il vertice sulla circonferenza ed è compreso fra due corde, come *ABC*; dicesi *poligono inscritto* quello, i cui angoli hanno i vertici sulla circonferenza, e in questo caso il circolo dicesi *circoscritto al poligono*, Fig. 20. 21

TAV. II°. *ABCDEF*; *poligono circoscritto* è quello, che ha ò i lati tangenti alla circonferenza, *FGRLMN*, e in tale caso il circolo dicesi *inscritto nel poligono*. Tutti i poligoni regolari sono inscrivibili in un circolo e circonscrivibili ad un circolo.

Fig. 22 76. *Corona circolare* si chiama la superficie piana compresa fra due circoli concentrici.

Fig. 23 77. Dicesi *zona poligona* la superficie piana compresa fra il perimetro di due poligoni concentrici.

78. Due o più figure si dicono *simili*, quando hanno la stessa forma senza avere la medesima estensione o superficie; *equivalenti*, quando hanno la stessa estensione o superficie senza avere la medesima forma; *eguali*, quando hanno la medesima estensione e la medesima forma. Così i quadrati, i triangoli equilateri e i circoli sono tutti figure simili.

79. Le figure curvilinee, che, oltre al circolo, usansi nel disegno lineare o geometrico, sono l'*elisse*, la *corona elittica*, l'*ovale*, l'*ovolo*, la *lunula* e la *biangola*.

Fig. 24, 25 80. L'*elisse* è una superficie chiusa da una linea curva rientrante a guisa di un circolo schiacciato e detta *circonferenza elittica*, in cui la somma delle distanze di ciascuno dei suoi punti da due altri punti fissi, chiamati *fochi* dell'elisse, è sempre uguale ad una retta data, cioè all'asse maggiore; le rette, che misurano le distanze da un punto della circonferenza ai fochi, si chiamano *raggi vittori*; così i punti *F* e *G* sono fochi e le rette *FE* ed *EG* sono raggi vittori. Nell'elisse si può condurre un'infinità di diametri di differente lunghezza, onde il minimo, detto *asse minore*, e il massimo, detto *asse maggiore*, sono sempre perpendicolari fra loro, *AB* e *CD*.

Fig. 26, 27 81. Chiamansi *diametri coniugati* due rette, che passano pel centro dell'elisse e si tagliano per metà *EF*, *HG*.

82. L'elisse è la curva, che usasi più di frequente nelle arti dopo il circolo; essa gode di molte proprietà, una delle quali è, che un corpo elastico, ove parta da un suo foco, va a percuotere la circonferenza in un punto qualunque e ritorna passando per l'altro foco. Una persona, posta in uno dei fochi, ancorchè parli a bassa voce tanto da non essere udita da chi sta a piccolissima distanza, è pienamente intesa da chi si trova nell'altro foco.

83. Chiamasi *corona elittica* la superficie piana chiusa fra le circonferenze di due elissi simili e concentriche.

84. L'*ovale* è una figura curvilinea formata da porzioni di circonferenze di circoli di raggio differente. Questa curva è ben lungi dall'avere la forma graziosa dell'elisse, la quale è descritta da un moto continuo.

85. Si dice *ansa o manico di paniere* una semiovale. Questa curva impiegasi sovente nella costruzione delle vôlte ed è ordinariamente descritta da tre o da cinque centri.

Fig. 28 86. Chiamasi *ovolo* una figura curvilinea formata per solito da quattro archi di circolo, due uguali e due disuguali.

Fig. 29 87. Dicesi *lunula* una superficie chiusa fra due archi di circolo aventi una stessa corda, *CD*.

Fig. 30 88. *Biangola* si chiama una figura curvilinea formata da due segmenti di circolo aventi una base comune, *AB*.

Fig. 31 89. *Arco gotico* dicesi un angolo curvilineo, i cui lati sono due archi di circolo eguali; s'impiega nell'architettura di tal nome.

ARTICOLO III.

TAV. IV.

Dei Piani, degli Angoli diedri e dei Solidi o Poliedri.

90. *Piano* (V. N° 33).

Fig. 1 91. Una retta è contenuta in un piano, quando tutti i suoi punti si confondono col medesimo. Affinchè ciò avvenga, basta che essa abbia comuni con esso due punti; se non ne avesse comune che un solo, essa intersecherebbe il piano, ed il punto direb-

besi *punto di sezione*. Di due piani, che s'intersecano, *BADE* o *BAFC*, la comune intersezione forma una linea retta. Infatti, se si uniscono con una tal linea due punti qualunque dell'intersezione dei due piani, essa, dovendo giacere in ambidue, deve anche confondersi colla loro intersezione, e quindi questa intersezione deve essere in linea retta come *BA*: ne segue, che per una stessa retta si potrebbe far passare un numero infinito di piani.

TAV. IV.

92. Un piano è determinato: 1° quando passa per una retta e per un punto dato fuori di essa; 2° quando passa per tre punti, i quali non siano in linea retta (perciò una sedia o una tavola, che ha tre piedi, è sempre ferma su qualsiasi pavimento); 3° quando di tre rette, che s'intersecano, egli passa per una o per un punto preso su l'altra di esse, contenendo questa seconda retta tutta intiera ed il punto d'intersezione delle altre due.

93. Lo spazio indefinito compreso fra due piani, *ABCF* ed *ABED*, che s'incontrano, dicesi angolo *diedro*. I due piani, che formano l'angolo diedro, diconsi *facce*, o la retta, *AB*, in cui s'incontrano, si dice *vertice* o *spigolo* o *costola* dell'angolo.

Fig. 1

Fig. 2

94. La misura dell'angolo diedro è la stessa dell'angolo piano, *HRI*, formato da due rette, *HR* ed *RI*, condotto nei piani per uno stesso punto della commune intersezione ossia della retta del vertice, o perpendicolari a quella stessa retta; così l'arco *HI* è la misura dell'angolo diedro *NGLM*.

95. Una retta, *PQ*, dicesi perpendicolare ad un piano, *ON*, quando è perpendicolare a tutte le rette contenute in esso, *RS*, che passano pel suo piede, *Q*.

Fig. 3

96. La più breve distanza da un piano ad un punto dato fuori è la perpendicolare abbassata da questo punto al piano. Sia dunque *P* il punto dato ed *ON* il piano, *PQ* sarà la più breve distanza fra di loro.

97. Una retta è parallela ad un piano quando non lo può mai incontrare, a qualunque distanza si prolunghino ambidue.

98. Due piani sono paralleli fra loro, quando si trovano sempre alla medesima distanza anche supposti prolungati all'infinito.

99. Dicesi *angolo solido* o *poliedro* uno spazio indefinito terminato in un senso da una superficie convessa, formata da più angoli piani, che si riuniscono pei loro vertici. Così gli angoli *TZU*, *UZV*, *VZX*, che si riuniscono a due a due ed hanno i loro vertici tutti piani, formano un angolo *triedro*, se fossero quattro il formerebbero *tetraedro*, se cinque *pentaedro*.

Fig. 4

100. Per poter formare un angolo solido con più angoli piani bisogna che la somma di questi sia minore di quattro retti o di 360 gradi. Se arrivano a 360 gradi, l'angolo solido scomparisce trasformandosi in una superficie piana. Se però l'angolo solido ha degli angoli rientranti, la somma degli angoli piani può importare 360 gradi ed anche più; così *ABCZED*, in cui l'angolo *BCDZ* è rientrante.

ARTICOLO IV.

Dei Solidi poliedri ossia Corpi terminati da piani.

101. Chiamasi *solido poliedro* o semplicemente *poliedro* qualsivoglia corpo o spazio terminato in tutti i sensi da piani o superficie o facce piane. Questi piani sono necessariamente terminati da linee rette. Si danno tuttavia anche solidi terminati da facce curve o parte piane e parte curve, e il loro numero è infinito.

102. Per chiudere uno spazio in tutti i sensi richiedonsi almeno quattro piani.

103. I poliedri s'indicano ordinariamente con nomi, che esprimono il numero delle loro facce: così chiamasi *tetraedro* il solido di quattro facce, *esaedro* quello di sei, *ottaedro* quello di otto, *dodecaedro* quello di dodici, *icosaedro* quello di venti. Dicesi *spigolo* o *lato* del poliedro l'intersezione di due sue facce adiacenti.

TAV. IV. 104. Si distinguono con nomi speciali i poliedri seguenti: il *cubo*, il *prisma*, il *parallelepipedo*, il *cilindro*, la *piramide*, il *cono* e la *sfera*.

Fig. 5 105. Il *tetraedro regolare* è un poliedro, le cui facce sono tutti triangoli equilateri eguali, cogli angoli solidi triedri.

Fig. 6 106. L'*esaedro regolare* o *cubo* è un solido, lo cui sei facce sono tutte quadrati eguali, cogli angoli solidi triedri.

Fig. 7 107. L'*ottaedro regolare* è un solido, lo cui otto facce sono tutte triangoli equilateri eguali, cogli angoli solidi triedri.

Fig. 8 108. Il *dodecaedro* è un solido, le cui dodici facce sono tutte pentagoni regolari eguali, cogli angoli solidi triedri.

Fig. 9 109. L'*icosaedro* è un solido, le cui venti facce sono tutte triangoli equilateri eguali, cogli angoli solidi pentaedri. Questi cinque poliedri si dicono *regolari*, perchè hanno per facce tanti poligoni regolari eguali e gli angoli solidi pure eguali; essi sono sempre inscrivibili in una sfera e circonscrivibili ad essa.

Fig. 10 110. Chiamasi *prisma* un solido compreso da due facce opposte, che sono due poligoni eguali e paralleli, e lateralmente da tanti parallelogrammi quanti sono i suoi lati. *Altezza* di un prisma dicesi la perpendicolare *AB*, abbassata da un punto qualunque della base (Fig. 11) superiore sulla inferiore e sul prolungamento della medesima; quando il prisma è retto, (Fig. 12) si può prendere per altezza lo spigolo stesso. Il prisma è *retto* od *obliquo*, secondo che gli spigoli laterali sono perpendicolari od inclinati ai piani delle basi. Un prisma retto, che abbia per basi due poligoni regolari, dicesi *regolare*. La retta, che unisce il centro delle due basi, si chiama asse del prisma. Se il prisma non ha le due basi parallele (Fig. 13) dicesi *tronco*. Il prima si dice *triangolare*, *quadrangolare*, *pentagonale*, *esagonale*, ecc., secondo che ha per base un triangolo, un quadrilatero, un pentagono, un esagono, ecc. Quando il prima ha per base un parallologramma si chiama *parallelepipedo*. Il parallele- (Fig. 14) pipede è detto *rettangolo*, quando tutte le sue facce sono parallelogrammi rettangoli. Si noti bene la distinzione fra il parallelopipedo retto e il parallelepipedo rettangolo: nel primo le quattro facce laterali sole sono rettangoli, e le due basi sono parallelogrammi qualunque; nel secondo invece sono rettangoli tanto le facce che le basi. Fra i parallelepipedi rettangoli si deve distinguere ancora il *cubo* o *esaedro*.

Fig. 15 111. *Cilindro* chiamasi un solido compreso da due circoli paralleli ed eguali e da una superficie curva, che può considerarsi come generata da una linea retta, *AB*, la quale si muove radendo la circonferenza dei circoli o basi, e vien detta *generatrice* della superficie cilindrica o *lato* del cilindro. La retta, che congiunge i centri delle due basi, (Fig. 16, 17, 18, 19) è chiamata *asse* del cilindro. Secondo che l'asse e quindi il lato, che è sempre parallelo al primo, è perpendicolare od obliquo al piano delle due basi, il cilindro dicesi *retto* od *obliquo*. Se il cilindro retto ha il lato, ossia la generatrice uguale al diametro della base, chiamasi *equilatero*. Il cilindro retto può immaginarsi generato dalla rotazione di un rettangolo intorno ad uno dei suoi lati preso per asse. Il lato opposto a questo genera la superficie cilindrica, gli altri due generano i due circoli di base. Se il cilindro non ha le due basi parallele dicesi *tronco*, e in questo caso la base superiore è un'elisse. Se il cilindro avesse l'altezza minore del raggio della base si chiamerebbe *disco*. La linea, che s'avvolge intorno al cilindro conservandosi parallela a sè stessa, si dice *elica*.

Fig. 20, 21 112. Dicesi *piramide* un solido compreso da un piano poligonale, che gli serve di base, e lateralmente da tanti triangoli quanti sono i lati di questa base, i quali si riuniscono in un punto detto *vertice* della piramide. L'altezza della piramide è una perpendicolare calata dal vertice sul piano della base o sul suo prolungamento. La piramide si (Fig. 22) distingue in *triangolare*, *quadrangolare*, *pentagonale*, ecc., secondo che la sua base è un triangolo, un quadrilatero, un pentagono, ecc. Se l'*asse*, ossia la retta, che congiunge il vertice della piramide col centro della base, è perpendicolare al piano di quest'ultima, (Fig. 23) la piramide si dice *retta*. Dicesi *obliqua* quella piramide, il cui asse è obliquo al piano della

base. Se è retta ed ha per base un poligono regolare, la piramide si chiama *regolare*. Quando le facce della piramide e quelle della base sono triangoli equilateri, la piramide si chiama *equilatera*. La piramide tagliata da un piano parallelo alla base si divide in due solidi, onde uno è una piccola piramide simile alla prima, detta *sorrincombente* o *tronco di piramide*, l'altro una *piramide tronca* che ha due basi, una superiore e l'altra inferiore. Dicesi *altezza del tronco* la perpendicolare, che misura la più breve distanza fra le due basi, come *AB*. Chiamasi piramide *tronca obliquamente* quella, la cui base superiore non è parallela all' inferiore. TAV. II. Fig. 23. 24

113. *Cono* chiamasi un solido terminato da un circolo e da una superficie curva generata da una retta, *AI*, che si muove radendo la circonferenza del circolo di base e passando costantemente per un punto, *I*, il quale dicesi *vertice* del cono. La retta, che unisce il vertice, *I*, col centro della base, *O*, si chiama *asse*. Secondo che questa è perpendicolare od obliqua al piano della base, il cono dicesi *retto* od *obliquo*. Il cono può anche considerarsi come generato dalla rotazione di un triangolo rettangolo intorno ad uno dei suoi cateti come asse; l'altro cateto genera il circolo di base, e l'ipotenusa genera la superficie conica. Il cono retto dicesi *equilatero*, se il lato, ossia la generatrice, è uguale al diametro della base. Fig. 25 Fig. 26

114. Nel cono possono farsi cinque sezioni distinte, e le curve che ne risultano chiamansi *sezioni coniche*. Il cono si può tagliare: 1° con un piano parallelo alla base; allora il solido, che rimane quando se ne toglie il piccolo cono simile al primo detto *sorrincombente* o *tronco di cono*, è un *cono tronco*, e la sezione è un circolo; 2° obliquamente alla base, e la sezione è una curva rientrante, detta elisse (V. N° 80); 3° perpendicolarmente alla base, ma non passando pel vertice, e la sezione è una curva aperta chiamata *iperbole*; 4° parallelamente alla retta generatrice, e la sezione è una curva pure aperta, che dicesi *parabola*; 5° finalmente passando pel vertice e perpendicolarmente al piano della base, e la sezione allora è un triangolo isoscele, la cui base è un diametro del circolo, che forma la base del cono. Fig. 27 Fig. 28 Fig. 29

115. Chiamasi *sfera* o *globo* un solido chiuso da una superficie curva, di cui tutti i punti distanno egualmente da un punto interno, *A*, chiamato *centro*. La sfera può immaginarsi generata dalla rotazione di un semicircolo intorno al suo diametro: la semicirconferenza genera la superficie della sfera. Il diametro, intorno a cui si suppone girare il semicircolo generatore, dicesi *asse* della sfera, e i suoi due punti estremi chiamansi *poli*. Tagliando la sfera con due piani s'ottengono dei circoli, i quali diconsi *circoli maggiori*, se i loro piani passano pel centro di quella, come *BCD* e *BLD*, e *circoli minori*, se i loro piani non ne passano pel centro, come *EFG* ed *MDN*. Chiamansi *meridiani* i circoli maggiori, che passano pei due poli; il circolo massimo, il cui piano è perpendicolare all'asse e quindi ai piani dei meridiani, come *BCLA*, dicesi *equatore*. I circoli minori, che sono paralleli all'equatore e quindi perpendicolari all'asse della sfera, si chiamano anche semplicemente *paralleli*. Fig. 30 Fig. 31 Fig. 32 Fig. 33 Fig. 34

116. Le parti della superficie sferica, che si considerano specialmente, sono: la *calotta sferica*, la *zona*, il *fuso sferico* e i *poligoni sferici*.

117. Dicesi *calotta sferica* una parte della superficie sferica terminata da un circolo minore qualunque. La calotta può immaginarsi generata dalla rotazione di un segmento circolare. Fig. 31

118. Si dà il nome di *zona* a una parte della superficie sferica compresa fra due circoli paralleli. Essa può supporsi generata da un arco, i cui due estremi non sono sull'asse. Fig. 32

119. Dicesi *fuso sferico* la porzione di superficie sferica compresa fra due semicircoli maggiori, *ABC* ed *ADC*, che passano per lo stesso diametro. Fig. 33

120. Si chiama *poligono sferico* quello formato sulla superficie della sfera da archi di circoli maggiori.

121. Le parti della sfera, che si considerano nella geometria elementare, sono: il

TAV. IV. *segmento sferico*, l'*unghia sferica* o *spicchio sferico*, il *settore sferico* e la *piramide sferica*.

122. *Segmento sferico* vien detta una parte della sfera compresa fra una calotta sferica e il piano del circolo, che la determina, oppure fra una zona o due circoli paralleli, che la determinano. Nel primo caso il segmento ha una sola base e si chiama *segmento estremo*, nel secondo perchè ne ha due dicesi *segmento a due basi*.

Fig. 35 — 123. Chiamasi *unghia sferica* o *spicchio sferico* una porzione qualunque della sfera compresa tra un fuso sferico e due semicircoli maggiori.

Fig. 37 — 124. *Settore sferico* si dice una porzione della sfera, che rassomiglia ad un cono, il quale abbia per base una calotta sferica e il vertice nel centro della sfera. Il settore sferico può idearsi generato dalla rotazione di un settore circolare intorno ad un suo raggio.

Fig. 36 — 125. La *piramide sferica* è una piramide, che ha per base un poligono sferico e il vertice nel centro della sfera.

126. Due o più solidi si dicono *simili*, quando hanno le facce corrispondenti simili e gli angoli solidi eguali. Due sfere sono sempre simili. Due cilindri sono simili, quando hanno gli assi proporzionali ai diametri o ai raggi delle basi ed egualmente inclinati su queste ultime; lo stesso dicasi di due coni. Per verificare se due prismi o due piramidi sono simili, basta accertarsi se le loro basi sieno simili, se essi sieno egualmente inclinati su queste, e se le loro altezze sieno proporzionali.

127. Due solidi diconsi *eguali*, quando le loro facce corrispondenti e gli angoli solidi corrispondenti sono eguali.

128. Due solidi si chiamano *simmetrici di forma e di posizione*, quando i punti corrispondenti dell'uno e dell'altro possono essere congiunti con rette parallele, i cui punti di mezzo trovansi sopra lo stesso piano perpendicolare alle medesime, che dicesi *piano di simmetria*.

Fig. 38 — 129. Chiamasi *elissoide* o *sferoide* il corpo generato da una semielisse, che gira intorno al maggiore od al minore degli assi o diametri. La prima di queste dicesi *allungata*, la seconda *compressa* o *lenticolare*.

Fig. 39 — 130. Il cilindro, che avesse per base un'elisse, si chiamerebbe *cilindroide*, e il corpo, che fosse formato a guisa di due coni opposti, si direbbe *romboide*.

CAPO II

STRUMENTI E PROBLEMI

ARTICOLO I.

Dei principali Strumenti ed Oggetti usati nel Disegno geometrico.

TAV. V — 131. Gli strumenti e gli oggetti più comunemente usati nel disegno geometrico sono i seguenti: la *riga* o *regolo*, la *squadretta*, il *curvilineo* o *pistolet*, le *punte* o *spilli*, la *tavoletta* o *stenditoio* o *tiratore*, il *T*, *le parallele* o *righe accoppiate*, il *compasso a punte fisse*, il *compasso a punte mobili*, il *balaustrino* o *compassino*, il *compasso di riduzione*, il *tiralinee*, l'*inchiostro di China*, le *penne*, i *pennelli*, il *doppio decimetro*, il *semicircolo graduato* o *rapportatore*, la *carta* di varie qualità, una *spugna fina*, la *colla da bocca*, la *gomma elastica*, il *raschiatoio*, la *gomma da raschiare* o *radier-gomme*, le *matite* o *lapis*, il *portamatite* o *matitatoio*, i *colori*.

(1) Per il *compasso a tre punte*, il *compasso a punte curve o a spessezza*, il *compasso a verga* o *fedele*, vedi il nostro Corso compiuto di Disegno Lineare Geometrico Industriale, Parte Prima, pag. 16 e seg.

Tav. V. Fig. 1

132. *Riga* o *Regolo*. Strumento di forma rettangolare, molto sottile, di legno, d'ottone, di vetro o d'altra materia resistente, che serve a tracciare linee rette. È necessario averne di diverse dimensioni. Per provarne l'esattezza tirasi una linea lungo il lato AB, quindi, capovolto lo strumento in guisa che l'estremità B cada in A e l'estremità A in B, se ne tira una seconda. Le due linee, perchè il regolo sia esatto, dovranno perfettamente coincidere e formarne una sola; in caso diverso, cioè quando non coincidessero, il regolo è difettoso; bisognerà farlo rettificare.

Fig. 2, 3, 4

133. *Squadretta*. Strumento della forma di un triangolo rettangolo, ordinariamente di legno duro, d'ottone o d'altra materia, che serve a tracciare linee perpendicolari o parallele, o ad assicurarsi se un angolo dato è retto. Per verificarne l'esattezza, la si pone con uno dei suoi cateti contro una riga GH e si traccia una retta, AB; senza spostare la riga si applica contro ad essa uno dei lati della squadretta adiacente all'angolo retto o creduto tale, si traccia lungo l'altro lato la linea CD, ed applicato al regolo il lato stesso, E, in senso opposto, cioè in guisa che il punto E cada in F, si tira una nuova linea lungo il lato CD, la quale, purchè lo strumento sia esatto, dovrà coincidere perfettamente colla prima linea tracciata lungo il lato medesimo; in caso diverso esso non è preciso. La squadretta esatta serve anche a verificare l'orizzontalità di un piano di piccola estensione, osservando che, se un cateto di essa segue la direzione di un filo a piombo, l'altro cateto sarà orizzontale ad AED.

Fig. 5

134. *Curvilineo* o *Pistolet*. Strumento per solito di legno duro, sottilissimo, di varie forme e dimensioni, che serve a tracciare linee curve, e perciò formato in guisa da presentarne il maggior numero, che possa abbisognare nella costruzione di piani e disegni quali essi siano.

Fig. 6

135. *Portamatite* o *Matitatoio*. Strumento piccolo fatto a guisa di penna da scrivere o tubo metallico, che alle due estremità si stringe a piacimento mediante due ghiere, nel quale si mette la matita per disegnare.

Fig. 7

136. *Penne*. Per il disegno geometrico usansi o penne d'oca ben purgate o penne a punta d'ala. Possono anche adoperarsi con vantaggio quelle di corvo ed alcune metalliche.

Fig. 8

137. *Tiralinee*. Piccola asta, AB, d'ottone, d'ebano, d'avorio, ordinariamente munita all'estremità, B, di un punteruolo o di due laminette d'acciaio, BD, unitevi con una ghiera oppure cerniera a vite, B, ed aperte all'estremità opposte terminate in punte sottili ed eguali. Una vite di pressione, P, serve a raccostarle o ad allontanarle, secondo che si vogliono tracciare linee più o meno fine.

Fig. 9

138. *Tavoletta*. Tavola di legno dolce incassata dentro una intelaiatura di legno forte, le cui dimensioni sono un po' maggiori di quello del foglio di carta da disegno. Lo tavolette vogliono essere perfettamente piane e cogli angoli retti; quando sono costruite colla massima precisione si può far uso del T, riga così chiamata dalla sua forma somigliante a questa lettera, che serve a tracciare linee parallele o perpendicolari. La tavoletta porta talvolta una doppia intelaiatura ed allora chiamasi *stenditoio* o *tiratore*, e serve a distendere la carta senza incollarla, tenendola nel modo stesso che i cerchi del tamburo tengono la pelle su cui si batte.

Fig. 11 — Fig. 10

139. *Parallele* o *Righe accoppiate*. Strumento composto di due righe unite insieme per due lastre di metallo ordinariamente della forma d'una S, come AB e CD mobili in A, in B, in C ed in D, così, che si possono scostare o avvicinare a volontà, senza che cessino di conservarsi parallele; esso porta talvolta una piccola macchinetta, colla quale si fissa l'apertura o la distanza delle due righe. Questo strumento serve a tracciare linee rette parallele.

Fig. 12

140. *Doppio Decimetro*. Regolo di legno duro, d'ottone o d'avorio, della forma di un prisma triangolare o quadrangolare e della lunghezza di due decimetri, suddiviso in centimetri ed in millimetri. Ve ne sono di quelli, che hanno le suddivisioni in mezzi millimetri. Di questo strumento si fa uso nella costruzione delle scale, come vedremo a suo luogo.

TAV. V. Fig. 13

141. *Compasso di riduzione.* Strumento consistente in due braccia d'ottone o di pakfoug terminate in due punte d'acciaio. Un suo braccio porta delle divisioni coi numeri $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, che indicano i punti, ove fa d'uopo rendere stabile l'asse, affinchè, presa la lunghezza di una retta colle due punte maggiori, colle minori si segni la lunghezza della retta ridotta alla sua metà, al suo terzo, ecc.

Fig. 14

142. *Pennelli.* Strumenti che si adoperano per dipingere, generalmente formati di peli di martora. Perchè siano di buona qualità debbono essere elastici o formare una sola punta. Ordinariamente s'infiggono in una penna o si accoppiano mercè un bastoncino.

Fig. 15

143. *Compasso a punte fisse.* Strumento composto di due braccia terminate in punte d'acciaio ed unite per una estremità a cerniera, che si aprono e si chiudono a volontà. È necessario che le due punte del compasso chiuso formino un punto solo; esse ordinariamente sono custodite da un astuccio, *A*, unito a vite collo strumento. Questo compasso serve a prendere distanze determinate, eseguire dimensioni, divider linee. Per solito va sempre unita ad esso una chiave, che vale a chiudere la vite della cerniera.

Fig. 16

144. *Compasso a punte mobili.* Strumento che serve a descrivere circoli od archi di circolo colla matita e coll'inchiostro secondo il bisogno, potendosi sostituire ad una delle sue punte un'altra, *A*, colla matita od altra, *B*, col tiralinee, fissandovele colla vite *d*; si può inoltre sostituirvene un'altra simile alla sua opposta ma più lunga, Fig. 18, per poter descrivere circoli di maggiore estensione. I migliori strumenti di questa fatta, benchè un po' cari, sono quelli detti *alla milanese*.

Fig. 17

Fig. 20

145. *Balaustrino* o *Compassino.* Piccolo compasso che serve a descrivere circoli di minima estensione, ordinariamente sormontato da un piccolo manico per poterlo maneggiare più facilmente. Le parti sono segnate colla Fig. 19, cioè il tiralinee ed il portamatite.

Fig. 21

146. *Semicircolo graduato* o *Rapportatore.* Questo strumento è un semicircolo di rame, d'argento, o di qualunque altro metallo, il cui lembo è diviso in 180 o 200 parti, secondo la divisione antica o moderna. Il semicircolo terminato da un suo diametro ha nel mezzo di questo un piccolo foro, *O*, che n'è il centro. Fabbricansi anche semicircoli di corno trasparente, i quali però, quantunque paiano più comodi, riescono meno esatti che quelli di metallo (V. Tav. IV, Fig. 13).

Fig. 22

147. *Punte* o *Spilli.* Sono certi bottoncini d'ottone armati di una punta d'acciaio, i quali servono a tener fissi i fogli di carta o i disegni che voglionsi calcare o ridurre.

Fig. 23

148. *Inchiostro di China.* L'inchiostro di China deve essere di buona qualità, perchè le linee restino nitide. Si potrà conoscerlo dalle seguenti osservazioni: 1° Se ha un odore acuto di muschio, è buono; se di nero fumo, cattivo; 2° se dopo alcun tempo di fregazione in un alberello asciutto resta di un lucido brillante e quasi bronzino rossiccio, è buono; se squamoso, cattivo, 3° se tracciata una linea con esso stemperato molto nero, e, lasciatala ben seccare, vi si passa sopra più volte un pennello imbevuto d'acqua, senza che questa si colorisca di nero, è buono. Egli deve sempre usarsi fresco, cioè stemperato in acqua limpida ogni-qualvolta si usa. Non si adoperi mai per disegnare inchiostro ordinario, perchè ossida il tiralinee, non dà una tinta uniforme ed è ordinariamente grasso.

149. *Carta.* La carta, per essere di buona qualità, deve avere grana fina ed eguale; è da preferirsi quella fabbricata a mano a quella fabbricata a macchina, benchè questa ultima sia in apparenza più bella. Quando il disegno da eseguirsi è di qualche importanza, principalmente se deve essere acquarellato, si usa incollare i quattro margini del foglio alla tavoletta. A tal uopo si piglia una *spugna* imbevuta d'acqua, e con essa si inumidisce ben bene ed egualmente una delle superficie del foglio; ciò fatto, si sovrappone alla tavoletta la parte inumidita stendendola leggermente affine di far uscire l'aria rimastavi fra mezzo, e, posta una riga parallela ad uno dei lati del foglio e distante da esso un mezzo centimetro, la si tiene fissa con una mano; coll'altra si mette il pane di *colla da bocca* fra le labbra per ammollirlo col calor naturale e colla saliva, se ne frega l'orlo della carta lasciato fuori della riga, e poscia, premendo quest'ultimo colla

mano e col manico di un temperino, le si fa attaccare per bene alla tavoletta; lo stesso si farà al lato opposto e quindi agli altri due. Così attaccata la carta ai quattro lati, è mestiere lasciarla asciugar perfettamente prima di cominciarvi a disegnare. TAV. V.

150. *Gomma elastica.* Essa è un prodotto resinoso vegetale, che serve a cancellare le linee a matita del disegno dopo avervi passato sopra l'inchiostro di China, o quelle tirate fuor di proposito. È da preferirsi la gomma elastica naturale a quella artefatta, cui sono uniti altri corpi estranei. Trovasi pure in commercio una qualità di gomma elastica bianca, che serve a togliere le linee d'inchiostro e tiene con molto vantaggio le veci del *raschiatoio, grattino* o *raschietto*, strumento tagliente che serve a togliere le linee false o le macchie, che si potessero fare sui disegni: essa è chiamata *gomma da raschiare* o, francescamente, *radier-gomme*.

151. Le *matite* o *Lapis*, che si adoperano nel disegno lineare, non vogliono essere nè troppo dure nè troppo molli; si preferiscono quelle della fabbrica dei fratelli Gilbert di Parigi, colle quali possono farsi linee molto fine e nette, o fra queste le segnate col N° 4. Vi sono pure altre matite, specialmente per l'ornato e per il paesaggio, dette *Conté* dal nome del fabbricante.

152. *Colori.* A cinque si possono ridurre i colori fondamentali o primitivi, cioè il *rosso*, il *giallo*, l'*azzurro* o *bleu*, il *bianco* ed il *nero*; combinandosi insieme i tre primi ne producono tre altri colle loro graduazioni, cioè il rosso ed il giallo formano l'*arancio*, l'azzurro ed il rosso il *paonazzo*, il giallo ed il bleu il *verde*. Fig. 33

ARTICOLO II.

Problemi grafici: Modo di quadrare il foglio di disegno, Linee perpendicolari e parallele, Triangoli.

Problemi da risolversi mediante la Riga ed il Compasso. TAV. II.

153. Per maggior regolarità nel disegno, prima d'ogni altra operazione si forma un rettangolo, il quale deve occupare quasi intieramente il foglio, *ABCD*, e si costruisce nel modo seguente: si tracciano le rette diagonali, *AD*, *BC*, al foglio ancorchè irregolare, le quali s'incontreranno nel punto *O*; da questo punto come centro con un'apertura bastantemente grande le si tagliano nei punti *A*, *B*, *C*, *D*, cogli archi *ab*, *cd*, *ef*, ecc., e si uniscono i punti d'intersezione con quattro rette, che formeranno un rettangolo, cioè il quadro del disegno cercato. Se non si avesse un compasso sufficientemente lungo per tagliare le diagonali alla distanza voluta, le si taglierebbero in un punto qualunque, poi con una seconda apertura si ripeterebbe l'operazione da questo punto alla distanza desiderata; o in altra guisa si condurranno quattro rette parallele ai lati del rettangolo risultante ad una distanza tale, che il quadro del disegno si divida ai quattro lati in un dato numero di parti eguali, che, unite fra loro con rette finissime di matita, daranno il quadro spartito nel voluto numero di rettangoli per inscrivervi le figure, i quali si cancelleranno tosto che il disegno sarà toccato all'inchiostro di China.

154. *Condurre una retta perpendicolare al mezzo di una retta data*, AB. Fig. 1

Soluz. Dalle due estremità, *A* e *B*, della retta data e con un'apertura di compasso maggiore della sua metà si descrivano degli archi, che si taglieranno in due punti, *C* e *D*; poi condotta la retta *CD*, questa sarà la perpendicolare domandata.

TAV. VI. Fig. 2

155. *Da un punto* I, *dato sopra una retta* FM, *innalzare ad essa una perpendicolare.*

Soluz. Si prendano sulla retta FM, a destra e a sinistra del punto I, due distanze uguali, $IF = IH$; dai punti F ed H come centri descrivansi con uno stesso raggio due archi, che si seghino in L ed in G; tirisi pei due suddetti punti la retta GL, ed essa sarà la perpendicolare richiesta.

Fig. 3

156. *Dato un punto* R *fuori d'una retta* NO, *abbassare su questa una perpendicolare.*

Soluz. Dal punto dato R come centro e con un raggio preso ad arbitrio, però bastantemente grande, descrivasi un arco, che intersechi la retta NO nei punti Q e P, indi si operi come per innalzare una perpendicolare nel mezzo della retta PQ a guisa del problema N° 70. La retta RS, tirata dal punto R al mezzo della PQ, sarà la domandata.

Fig. 4

157. *Alzare una perpendicolare all'estremità d'una retta data* TY *senza prolungarla.*

1° Soluz. Abbiasi ad alzare la perpendicolare all'estremità T sopra la retta YT: si prenda un'apertura di compasso a volontà; fatto centro in Z, descrivasi l'arco XT, e colla stessa apertura fatto centro in T, descrivasi l'arco XZ, si tiri la retta indefinita ZX, o coll'apertura TZ fatto centro in X si tagli la retta ZX nel punto V, che sarà il cercato; si unisca questo punto V colla estremità D, e si avrà la retta desiderata.

Fig. 5

2° Soluz. Questo problema si può risolvere anche collocando una punta del compasso nel punto A e l'altra in un punto qualunque, C, fuor della retta data, descrivendo la circonferenza DAB, e dal punto C conducendo il diametro CB: il punto D, ov'esso termina nella circonferenza, indica il passaggio della perpendicolare AE.

Fig. 6

158. Tutti questi problemi si possono risolvere anche per mezzo della squadra, come si vede abbastanza chiaro nella Figura. Per essi si capisce facilmente, che da un dato punto non si può innalzare od abbassare ad una retta che una sola perpendicolare.

Fig. 7

159. *Da un punto dato* Y *sopra una retta* YV *formare un angolo eguale ad un altro dato* USX.

Soluz. Dal vertice S come centro e con un raggio SD preso ad arbitrio si descriva un arco ED, che chiuda l'angolo dato USX; dal punto Y con un raggio $YC = SD$ si descriva un altro arco indefinito BC; dal punto B come centro con un raggio eguale alla corda ED si tagli l'arco indefinito in C, e, tirata la retta AY, l'angolo AYV sarà eguale all'angolo dato USX.

Fig. 8

160. *Formare un angolo eguale alla somma di tre angoli dati* M, R, V.

Soluz. Sopra una retta indefinita, FH, prendasi un punto, G, a volontà, e con una arbitraria apertura di compasso, GI, si descriva un arco indefinito, IJ; colla stessa apertura facendo centro nei vertici M, B, V, dei tre angoli dati si descriva un arco in ciascuno per modo, che ne tagli i lati nei punti O e P, Q ed S, T e V; con un'apertura eguale alla corda OP si tagli l'arco indefinito IJ nel punto M, poi con un'altra apertura eguale alla corda QS da M in L; lo stesso facciasi per l'angolo V, e tirata la retta GZ, l'angolo ZGH sarà il chiesto eguale alla somma dei tre angoli dati.

Fig. 9

161. *Formare un angolo eguale alla differenza di due angoli dati* YXZ *e* CAB.

Soluz. Con un'apertura di compasso ad arbitrio facendo centro in un punto sopra una retta DH, si descriva un arco indefinito GE; colla stessa apertura si descrivano dai punti A ed X gli archi CB ed YZ agli angoli dati; si porti la corda YZ da G in E, e la corda CB da G in F, e l'angolo EDF risultante sarà la differenza dei due dati e perciò il richiesto.

Fig. 10

162. *Dividere un angolo dato in due parti eguali.*

Soluz. Dal vertice I come centro e con un'apertura di compasso presa ad arbitrio si taglino i lati nei punti M e J; da questi punti come centro e con un medesimo raggio, maggiore della metà della distanza MJ, si descrivano due archi, che si seghino in un punto T. Unendo il vertice I col punto d'intersezione T, l'angolo sarà diviso in due parti eguali, e la retta IT dicesi *bisettrice* dell'angolo.

Fig. 11

163. *Dividere un angolo* BSA *in quattro, otto, sedici, ecc., parti eguali.*

Soluz. Si divida prima l'angolo in due parti eguali, come nel problema antecedente; ripetendo l'operazione su ciascuno dei due angoli risultanti lo si spartisca in quattro parti eguali; continuando a dividere ciascuna di queste nuovamente per metà, egli resterà diviso

in otto, e rinnovando le operazioni in ciascun angolo nuovo risultante, se ne otterrà la divisione in sedici, trentadue, ecc. TAV. VI.

164. Quando il numero delle parti, in cui si vuol dividere l'angolo, non è un multiplo di due, non è possibile l'applicazione delle suddette regole; allora si descrive un arco *MF* e lo si divide per tentativi in quante parti si vogliono, facendo passare pei punti di divisione tante rette al vertice, come viene indicato dalla Figura nei punti *G*, *H*, *I*, *L*, *M*, dell'angolo *BCD*, che resta diviso in cinque parti eguali. Fig. 12

165. Si ottiene la misura di un angolo col semicircolo graduato postando questo in modo, che il suo diametro coincida con uno dei lati dell'angolo dato e il suo centro ne stia sul vertice: il numero dei gradi dell'arco compresi fra i suoi lati ne sarà la misura.

166. *Data una retta* FG, *tracciarlene un'altra* AB *parallela e che passi per un punto dato* C.

1° Soluz. Sulla retta *FG* prendasi un punto qualunque, *E*, e lo si unisca col dato *C*; in un altro punto qualunque, *H*, si formi un angolo pari a *CEG*, poi con un'apertura di compasso eguale ad *EC* dal punto *H*, si seghi in *D*, e, fatta passare la retta *AB* per *C* o *D*, ella sarà la retta domandata. Fig. 13

2° Soluz. Sia *IL* la retta data. Dal punto *M* se ne tracci un'altra in modo, che venga a tagliare la *IL* in un punto *I*; nel punto *M* si faccia un angolo, eguale a quello formato dalla retta *MIL*, col vertice in *M*: la retta *MN*, che lo compirà, risulterà parallela alla retta *IL*. Fig. 14

3° Soluz. Siano *OV* la retta ed *R* il punto dati. Si prenda un punto qualunque *T*; da questo con un'apertura eguale a *TR* si descriva un semicircolo *ORV*; prendasi la distanza *VR* e si porti da *O* in *Q*: la retta *PS*, che passerà per i due punti *Q* ed *R*, sarà la parallela richiesta. Fig. 15

167. *Tracciare una parallela alla retta data* ZC *a una distanza eguale alla retta* D.

Soluz. Prendasi un'apertura di compasso eguale alla data distanza *D*; scelti sulla retta *ZC* due punti come centri, si descrivano due archi, il cui raggio sia eguale alla retta *D*; si tracci la retta *XY* tangente gli archi *A* e *B*, ed essa sarà la retta cercata. Fig. 16

168. *Tracciare colla squadra e colla riga delle parallele ad una retta data* LF.

Soluz. Posto un cateto della squadra contro la retta *LF*, si metta la riga contro l'altro cateto, e tenendo ferma questa con una mano, con l'altra si faccia scorrere la squadra pel suo cateto *RQ*: col cateto *RP* essa traccierà le volute rette *MG* ed *HN*. Lo stesso problema si farà colle righe accoppiate, come *X*, *V*, *U*. Fig. 17

169. *Tracciare colla squadra delle parallele oblique.*

Soluz. Si opera come nel problema antecedente, ma per tracciare le linee, invece del cateto, si adopera l'ipotenusa. Fig. 18

170. *Dividere per metà un angolo formato dalle rette* DE *ed* FG, *il cui vertice cade fuori del quadro del disegno.* TAV. VII.

1° Soluz. Si traccino due rette *HI* ed *HJ*, parallele ai lati *DE* ed *FG* dell'angolo dato, ad una distanza *M* ed *N* eguale in modo che s'incontrino nel quadro del disegno in un punto *H*, e l'angolo *IHJ* risultante sarà eguale al primo, con cui ha i lati paralleli; lo si divida per metà come nel problema N° 159, e prolungata la bisettrice *HL* dal vertice, essa dovrà passare anche pel vertice dell'angolo formato dalle due convergenti *DE* ed *FG* e dividerà questo in due parti eguali. Fig. 1

2° Soluz. Si conduca una retta qualunque, *XU*, da un lato *QR*, all'altro *OP*; si dividano in due parti eguali i quattro angoli risultanti, onde i vertici sono in *U* ed in *X*: la retta *TS*, che passa pei punti d'intersezione *Z* ed *A* dolle quattro bisettrici, spartisce l'angolo in due. Fig. 2

171. *Dividere una retta* AB *in due, quattro, otto, ecc. parti eguali.*

Soluz. Si opera come nel problema N° 151, cioè: con un'apertura di compasso presa ad arbitrio, però sempre maggiore della metà della retta, fatto centro nei punti *A* e *B*, si descrivano due archi, che s'incontrino in *H* e in *E*: la retta, che passerà per questi due punti, dividerà *AB* per metà nel punto *I*. Ripetendo l'operazione nei punti *I*, *A* ed *I*, *B*, si ot- Fig. 3

TAV. VII. terrà la retta divisa in quattro parti nei punti N, I, I, della intersezione degli archi CD e GF. Replicando ancora l'operazione su ciascuna di queste, si avrà la divisione della retta in otto, e continuando così in sedici, trentadue, ecc.

172. *Dividere una retta* OP *in un numero di parti qualunque, per esempio in quattro.*

Fig. 4 Soluz. Dall'estremità O si tiri comunque la retta indefinita OQ, e dall'altra estremità P si conduca la indefinita PR parallela ad OL; sopra ciascuna delle parallele OQ e PR si porti lo stesso numero di parti eguali, per es. quattro prese a volontà, cominciando da O nella prima e da P nella seconda; si uniscano per ordine i punti di divisione colle rette 0 e 4', 1 e 3', ecc.; queste saranno tutte parallele fra loro, e divideranno la retta data in tante parti eguali, quante sono le prese, e nel nostro esempio in quattro.

173. *Dividere una retta* CD *in nove parti eguali od in altro numero qualunque, usando la squadra e la riga per tracciare le rette parallele dividenti.*

Fig. 5 Soluz. Condotta la retta indefinita DF, si porti su essa il numero delle parti eguali in cui la si vuol dividere, p. e. nove, poi, giunta la sua estremità con l'ultimo punto di divisione, si conducano tante parallele alla CF quanti sono i punti di divisione servendosi della squadra e della riga, come si vede nella Figura, e di altro strumento. Nella stessa maniera si agirebbe per dividere una retta nella medesima proporzione di un'altra data.

174. *Costruire un triangolo equilatero essendo dato il lato* AB.

Fig. 6 Soluz. Dai due estremi del lato A e B come centri con un'apertura di compasso eguale ad esso si descrivano due archi DC ed EF, che s'intersechino; unendo allora A e B col punto d'intersezione dei due archi, si avrà il triangolo equilatero voluto.

175. *Coi due lati* M *ed* N, *l'angolo* G *compreso, descrivere il triangolo.*

Fig. 7 Soluz. Si formi sopra una retta eguale ad N nel punto A un angolo eguale al dato G; con un'apertura di compasso eguale ad M si tagli il lato dell'angolo nel punto I; si unisca il punto I col punto L, e si avrà il triangolo richiesto.

176. *Dato un lato* T *e due angoli* R *ed* S *adiacenti, costruire il triangolo.*

Fig. 8 Soluz. Si prenda una retta OP uguale al lato T; alle sue due estremità si formino due angoli rispettivamente uguali ai due dati: i lati prolungati fino al loro incontro in Q formeranno il triangolo domandato.

177. *Dati tre lati* Y, Z *ed* A, *costruire il triangolo.*

Fig. 9 Soluz. Si prenda UV uguale a Z; dal punto V come centro con un'apertura di compasso eguale ad Y si descriva un arco; dal punto U come centro e con un'apertura di compasso eguale ad A si descriva un altro arco, che intersechi il primo in X; si tirino le rette UX ed XV, e il triangolo desiderato sarà UXV.

178. *Dato un lato* G, *un angolo adiacente* A, *ed un lato* H *opposto a questo angolo, costruirne il triangolo.*

Fig. 10 Soluz. Sopra una retta indefinita si porti il lato G, e nel punto B si formi un angolo eguale ad A; prolungato il lato BF indefinitamente, con una distanza eguale alla retta H e facendo centro in C si descriva l'arco D, il quale determinerà il triangolo cercato.

179. *Dato la base* N *ed il lato* M, *costruire un triangolo isoscele.*

Fig. 11 Soluz. Sopra una retta IL eguale ad N si descrivano con un'apertura di compasso eguale a M due archi di circolo facendo in centro I ed L: il punto T d'intersezione dei due archi sarà il vertice del triangolo isoscele richiesto.

180. *Dato un cateto* R *e l'ipotenusa* S, *costruire un triangolo rettangolo.*

Fig. 12 Soluz. All'estremità d'una retta OP uguale ad R s'innalzi una perpendicolare OQ; con una apertura di compasso eguale ad S, fatto centro in P, si seghi la perpendicolare in Q, e si unisca il punto Q col punto O: fatto centro nel punto P, con un'apertura di compasso eguale ad S ipotenusa, si tagli il cateto OQ nel punto Q, e, condotta la retta PQ, si avrà il triangolo rettangolo voluto.

181. *Osservazione.* Affinchè il triangolo possa costruirsi bisogna che la somma dei due lati dati sia maggiore del terzo.

Problemi sulle Linee, sugli Angoli, e sulla costruzione dei Triangoli da risolversi per esercizio.

1. Tracciare una retta doppia, tripla, quadrupla d'un'altra data.
2. Fare una retta eguale alla differenza di due altre date.
3. Innalzare sopra una retta data quattro perpendicolari distanti fra loro metri 0, 015.
4. Dividere una retta di metri 0,15 in otto parti eguali per mezzo di rette perpendicolari.
5. Formare col rapportatore un angolo di 45°, uno di 120° e un terzo di 139°.
6. Formare un angolo doppio, triplo, quadruplo d'un altro dato.
7. Tracciare 16 rette parallele distanti metri 0,008 una dall'altra.
8. Tracciare 6 rette parallele distanti fra loro metri 0,011, e formanti un angolo di 30° con una retta data.
9. Dividere una retta di metri 0,08 in dieci parti eguali.
10. Dividere una retta di metri 0,086 in parti eguali 8 $^{3}/_{4}$, e ciò: 1° riducendo gl'interi in frazione; 2° senza, cioè graficamente.
11. Costruire un triangolo rettangolo essendo data l'ipotenusa eguale a metri 0,045 ed un cateto eguale a metri 0,021.
12. Costruire un triangolo rettangolo avendo i due cateti, l'uno eguale a metri 0,025, l'altro a metri 0,040.
13. Costruire un triangolo isoscele con un lato eguale a metri 0,035 e l'altezza eguale a metri 0,030.
14. Costruire un triangolo equilatero conoscendone l'altezza di metri 0,032.
15. Costruire un triangolo simile ad un altro con la base pari ai $^{7}/_{8}$ di quella del dato.
16. Costruire un triangolo, i cui lati siano eguali uno a metri 0,035, l'altro a metri 0,048 e il terzo a metri 0,021.
17. Formare un triangolo, i cui angoli adiacenti alla base siano l'uno di 75°, l'altro di 45°, e la base di metri 0,045.
18. Dati due angoli di un triangolo, l'uno pari a 50° e l'altro a 35°, determinarne il terzo (la somma dei tre angoli di un triangolo è sempre uguale a due retti).

Si disegnino per esercizio i temi d'applicazione, Fig. 1, 2, della Tav. XXIV.

ARTICOLO III.

Costruzione dei Quadrilateri. TAV. VII.

182. *Costruire un quadrato, di cui si conosce il lato* E.

Soluz. Condotta una retta AB uguale al lato E, le s'innalzi al punto B una perpendicolare BD uguale parimenti allo stesso; dai punti A e D con un'apertura di compasso eguale ad E si descrivano due archi, che si taglino in C; tirate le rette AC e CD, si ha il quadrato richiesto. Fig. 13

183. *Data la diagonale* A, *costruire il quadrato.* Fig. 14

Soluz. Si costruisca un quadrato qualunque $FHIN$; condotta o prolungata indefinitamente la diagonale FI, con un'apertura di compasso eguale ad A fatto centro in F si segni il punto M; da questo si abbassino due perpendicolari sui prolungamenti dei lati del primo quadrato costrutto, e se ne avrà un altro $FGML$, le cui diagonali sono pari alla data A.

184. *Fare un quadrato doppio, quadruplo, ecc., di un altro dato* NOVX. Fig. 15

Soluz. Si prolunghino i lati NO ed NX e la diagonale NV, poi, descrivendo dal centro N col raggio NV l'arco VP, NP sarà il lato del quadrato doppio in superficie del dato. Se fatto centro in N si piglierà la diagonale NU per raggio, e si descriverà l'arco UQ, si avrà NQ per lato di un quadrato quadruplo, e così via. Il quadrato $ANRS$ è sedici volte il primo. Il quadrato costruito colla diagonale d'un altro è sempre doppio di questo in superficie, avendo il quadrato della diagonale una superficie doppia di quella del lato.

TAV. VII.

185. *Costruire un quadrato, quando non si conosce che la differenza* M *fra la diagonale ed il lato.*

Fig. 1

Soluz. Si prolunghino i lati *EFHD*; conducasi la diagonale *HE*; si porti la lunghezza del lato *HF* da *H* in *L* e si tiri la retta *LFG*; prolungata la diagonale, si porti la differenza data da *L* in *B*, e condotta al lato del quadrato la parallela *BG*, questa, incontrandosi in *G* col prolungamento *LF*, determinerà il lato del quadrato richiesto, perchè a cagione delle parallele *EF* e *BG* risulta la proporzione *EL* : *LF* :: *LB* :: *LG*.

Fig. 2.

186. *Costruire un quadrato, essendo data la metà della diagonale* A.

Soluz. Si tracci una linea indefinita *QL* e s'innalzi nella sua metà una perpendicolare; con un'apertura di compasso eguale ad *A*, fatto centro in *O*, si taglino queste rette indefinite nei punti *Q*, *L*, *S*, *M*; uniti fra loro questi quattro punti colle rette *QS*, *SL*, *LM*, *MQ*, si avrà il quadrato richiesto.

Fig. 3

187. *Dati due lati* A *e* B *adiacenti, costruire il rettangolo.*

Soluz. Si tiri una retta *CD* uguale ad *A*; nel punto *C* lo s'innalzi una perpendicolare uguale a *B*; dal punto *D* con un'apertura di compasso eguale a *B* si descriva un arco in *E*, e lo si tagli dal punto *F* con un'apertura di compasso eguale ad *A*: le rette *FE* e *DE*, che passano pel punto d'intersezione dei due archi, compiono il rettangolo domandato.

Fig. 4

188. *Data una delle diagonali* O *e l'angolo* N *da esse formato costruire il rettangolo.*

Soluz. A far ciò basta incrociare nel loro mezzo le due diagonali, che nel rettangolo sono ambedue eguali, in modo che formino alla loro intersezione un angolo pari al dato *N*, e, uniti colle rette *LG*, *GH*, *HI*, *IL*, i loro estremi, si ha il rettangolo cercato.

Fig. 5

189. *Costruire un rombo, di cui son date le diagonali* O *e* P.

Soluz. Facendo che le due diagonali s'intersechino perpendicolarmente in metà, e congiungendo con rette i loro punti estremi *S*, *T*, *Q*, *V*, si avrà il rombo desiderato.

Fig. 6

190. *Costruire un trapezio simmetrico, di cui si conoscono i due lati paralleli* ED *ed* FG *uguali a* B *e* C *e l'altezza eguale ad* A.

Soluz. In mezzo d'una retta *ED* uguale a *B* elevisi una perpendicolare *IH* pari alla altezza data *A*; pel punto *H* si faccia passare una parallela *FG* ad *ED*, indi con una apertura di compasso eguale alla metà di *C* si determinino i punti *F* e *G*, che, uniti coi punti *E* e *D*, formeranno il trapezio.

Fig. 7

191. *Costruire un trapezio, di cui si hanno i quattro lati* O, N, M, L, *essendo* N *la base ed* O *il lato a questa parallelo.*

Soluz. Si tiri una retta *PQ* eguale ad *N*; si porti su di essa una lunghezza *PT* pari ad *O*; dal punto *Q* con un raggio eguale ad *M* si descriva un arco in *R* e lo si tagli nel medesimo punto con un altro, descritto dal punto *T* con un raggio eguale ad *L*; con un raggio pari ad *M*, fatto centro in *P*, si descriva un terzo arco *Z*; dal punto *R* con un'apertura di compasso eguale ad *O* se ne descriva un quarto, che ne determinerà il punto *S*: uniti i punti *P*, *S*, *R* e *Q* con rette, si avrà il trapezio richiesto.

Fig. 8

192. *Conoscendone i quattro lati* A, B, D, E, *e la diagonale* A, *costruire il quadrilatero.*

Soluz. Si tiri una retta *FG* eguale a *B*; dal punto *F* con un raggio pari alla diagonale *A* si descriva un arco in *H*; dal punto *G* si tagli quest'arco con un raggio eguale ad *E*; dal punto *H* con un raggio eguale a *D* si descriva un altro arco in *I* e dal punto *F* lo si tagli con un raggio pari a *C*: congiungendo con rette i punti *F*, *I*, *H* e *G* si otterrà il quadrilatero.

ARTICOLO IV.

Descrizione e divisione dei Circoli, costruzione dei Poligoni inscritti e circoscritti.

TAV. VIII.

193. *Far passare la circonferenza d'un circolo per tre punti dati* L, O, Q, *i quali non sono in linea retta.* Fig. 9

Soluz. Si uniscano i tre punti a due a due colle rette *LO* ed *OQ*; s'innalzi in mezzo a ciascuna di queste una perpendicolare, e il loro punto d'intersezione *M* sarà il centro del circolo. Se invece, dato un circolo, si trattasse di trovarne il centro od una parte di circonferenza, si segnerebbero sopra quello o sopra questa tre punti e, tirate delle corde dall'uno all'altro, si agirebbe come sopra.

194. *Come si determinerebbe il diametro* VT *e il centro* O *di un circolo dato.* Fig. 10

Soluz. Mettendo il vertice *S* della squadra sulla circonferenza, i due cateti *SU* ed *SX* la taglieranno in *T* ed in *V*: si uniscano questi due punti con una retta *VT*, che sarà il diametro, si divida questa per metà in *O*, o si avrà il centro del circolo.

195. *Da un punto dato* A *condurre una tangente ad un circolo* BDC. Fig. 11

Soluz. Si unisca il punto *A* col centro del circolo *C*; si divida la retta *AC* per mezzo; da questo punto di mezzo si descriva una circonferenza, che taglierà la data nei due punti *B* e *D*; si tiri la retta *AB*, e questa sarà tangente al circolo dato *BDCF*, perchè tracciando il raggio *BC*, l'angolo *CBA*, siccome inscritto in un semicircolo *ABCF*, è retto.

196. *Da un punto dato* A *condurre ad un circolo due tangenti.* Fig. 12

Soluz. Si operi come sopra, solo che invece di tirare una sola retta dal punto *A* al punto *B* se ne tirerà anche un'altra dal punto *A* al punto *D*.

197. *Descrivere una circonferenza, che sia tangente ad una retta* HI *in un punto dato* G *e passi per un altro punto dato* L. Fig. 13

Soluz. Si conduca una perpendicolare alla retta data *HI* nel punto *G*, dove si vuole che tocchi la circonferenza; si congiunga il punto *G* col punto L, e nel mezzo della risultante retta *GL* si conduca un'altra perpendicolare: il punto *M*, dove questa incontra la prima, sarà il centro della circonferenza, perchè la retta *MI* essendo perpendicolare alla corda deve passare pel centro; ma la retta *GM* essendo perpendicolare alla tangente deve anch'essa passare pel centro, il quale non può dunque essere altro che il punto del loro incontro *M*.

198. *Determinare il centro d'una circonferenza, che deve toccarne un'altra in un punto dato* C *e passare per un secondo punto dato* B. Fig. 14

Soluz. Pel centro *F* della circonferenza data e per *C*, punto di contatto, si tiri una retta indefinita; si uniscano con una retta il punto dato fuori *B* ed il punto *C* dato sulla circonferenza; s'innalzi una perpendicolare *ED* nel mezzo di *BC*, e il punto *O*, dove questa incontra la retta *AF*, è il centro della circonferenza domandata, perchè il punto di contatto di due circoli si trova sempre sulla retta, che passa pei loro centri.

199. *Determinare il centro di un circolo, che deve passare per un punto* H *dato in un altro circolo, ed essere tangente alla circonferenza del medesimo in un determinato punto* G. Fig. 15

Soluz. Si conduca un raggio al punto *G* designato pel contatto; si unisca con una retta il punto dato *H* col punto *G*, e al mezzo di questa s'innalzi una perpendicolare, la quale incontrerà il raggio *GB*: il punto d'incontro è il centro della circonferenza domandato.

200. *Dato un circolo, dividerne la circonferenza in tre parti eguali.* Fig. 16

Soluz. Con un'apertura di compasso eguale al raggio *NP* da un punto qualunque *N* della circonferenza si descriva l'arco 1 *P* 2, e la distanza da 1 a 2 sarà la terza parte della circonferenza.

201. *Dividere una circonferenza di circolo in quattro parti eguali.*

Soluz. Si tracci un diametro *QR*, e gli s'innalzi nel mezzo una perpendicolare *TU*: Fig. 17

TAV. VIII. questa taglierà la circonferenza in due punti, 2 e 4, equidistanti da Q ed R, e così la si avrà divisa in quattro parti eguali nei punti 1, 2, 3 e 4.

Fig. 18 202. *Dividere una circonferenza di circolo in cinque parti eguali.*

Soluz. Si tiri un diametro AB; s'innalzi nel suo mezzo una perpendicolare DC; diviso il raggio AD in due parti eguali in E, con un'apertura di compasso EC si descriva l'arco CF: la corda di questo, portata sulla circonferenza da C in G, la dividerà in cinque parti eguali nei punti 1, 2, 3, 4 e 5.

TAV. IX. Fig. 1 203. *Dividere una circonferenza di circolo in sei parti eguali.*

Soluz. Si porti il raggio AC sulla circonferenza: esso la dividerà in sei parti eguali nei punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Fig. 2 204. *Dividere una circonferenza di circolo in sette parti eguali.*

Soluz. Da un punto qualunque con un'apertura di compasso GN uguale al raggio si descriva l'arco INH; condotta la corda ILH, e la sua metà LH portata sulla circonferenza, essa la dividerà approssimativamente in sette parti nei punti 1, 2, 3, 4, 5, H, M.

Fig. 3 205. *Dividere la circonferenza di un circolo in otto parti eguali.*

Soluz. Si conducano due diametri perpendicolari, come se la si volesse dividere in quattro, si divida ciascuno dei quattro angoli retti risultanti per metà colle rette GE, HF, e si avrà la circonferenza divisa in otto parti eguali.

Fig. 4 206. *Dividere la circonferenza di un circolo in nove parti eguali.*

Soluz. Si conduca il diametro AB e si divida il raggio OA in tre parti eguali: due di queste, cioè AD, portate sulla circonferenza, saranno approssimativamente eguali alla corda, che sottende la nona parte di essa.

Fig. 5 207. *Dividere una circonferenza di circolo in dieci parti eguali.*

Soluz. La si divida prima in cinque, come a Fig. 18, Tav. VIII; indi tra il punto F e l'altro H s'innalzi in metà della corda, che li unisce, una perpendicolare AG, la quale dividerà in I l'arco FH in due parti, e si avrà IH eguale alla decima parte della circonferenza.

Fig. 6 208. *Dividere una circonferenza di circolo in cinque, sei, otto, dieci, undici, sedici parti eguali in un tempo.*

Soluz. La si divida prima in quattro per mezzo di diametri AB e DI, che tagliano perpendicolarmente in un punto H; con un raggio eguale a quello del circolo, facendo centro nel punto B, si tagli la circonferenza in E; dal punto E, presa per raggio la corda dell'arco CE, si descriva l'arco GPE; finalmente, tirata la retta PB, essa è la corda della quinta parte della circonferenza, la distanza PG invece è l'ottava, PH la decima, PE l'undecima, PI la sedicesima parte della stessa.

Fig. 7 209. *Come si possa dividere un circolo in qualsivoglia numero di parti eguali, per esempio in nove.*

Soluz. Si divida il diametro del circolo per il nostro esempio in nove parti eguali, e in generale in tante in quante quest'ultimo si vuol diviso; con un'apertura di compasso eguale al diametro AB si descriva l'arco DC facendo centro in B; facendo centro in D si descriva l'arco BC dal punto C alla seconda divisione del diametro, si tiri la retta CA e l'arco AB sarà la nona parte della circonferenza.

Fig. 8 210. *Inscrivere in un circolo dato un triangolo equilatero.*

Soluz. Si operi come per dividere il circolo in tre parti eguali, si uniscano questi punti di divisione colle rette AB, BC e CA, e la figura inscritta sarà un triangolo equilatero.

Fig. 9 211. *Inscrivere in un dato circolo un quadrato.*

Soluz. Si operi come per dividere un circolo in quattro parti eguali, e uniti i punti di divisione con quattro rette, si avrà il quadrato inscritto.

Fig. 10 212. *Inscrivere un pentagono in un circolo dato.*

Soluz. Si operi come al N° 202, e uniti con rette i punti di divisione si otterrà il pentagono inscritto.

213. *Inscrivere in un circolo dato un esagono, un ettagono, un ottagono.* TAV. IX.

Soluz. Si operi come nei problemi **201**, **202** e **203**, e uniti con rette i punti di divisione si avranno i poligoni inscritti domandati. Fig. 11, 12, 13

214. *Inscrivere in un circolo dato un decagono.* Fig. 41

Soluz. Si descriva un altro circolo, che abbia per diametro il raggio del circolo dato; unito il centro di questo col punto *I* si descriva un arco *RML*, che abbia per raggio la retta *MI*: così si avrà diviso il raggio del circolo dato *OI* in media ed estrema ragione, e perciò la corda *IL* sarà il lato del decagono richiesto. Si potrà operare anche come nel problema **205**.

PROBLEMI SULLA COSTRUZIONE DEL QUADRATO, DEL RETTANGOLO E DEL TRAPEZIO, SULLE TANGENTI E SULLA DIVISIONE DEI CIRCOLI, DA RISOLVERSI PER ESERCIZIO.

1. Costruire un quadrato, il cui lato sia eguale a metri **0,043**.
2. Costruire un quadrato, il cui perimetro è di metri **0,145**.
3. Costruire un parallelogramma, i cui lati sono eguali l'uno a metri **0,041**, l'altro a metri **0,032**, e l'angolo compreso è di **46°**.
4. Costruire un rombo, i cui lati sono eguali a metri **0,046** e una diagonale è pari a metri **0,060**.
5. Costruire un trapezio rettangolo, le cui basi sono eguali a metri **0,045** e a metri **0,070**, d'altezza di metri **0,040**.
6. Costruire un rettangolo, i cui lati sono eguali a metri **0,028** ed a metri **0,064**.
7. Costruire un rettangolo, di cui si conoscono le diagonali pari a metri **0,065** e la base uguale a metri **0,45**.
8. Far passare una circonferenza di circolo per tre punti dati in linea retta, distanti fra loro metri **0,035** e metri **0,047**.
9. Descrivere un circolo, il cui raggio sia eguale a metri **0,035**.
10. Condurre una tangente ad un circolo dato di metri **0,06** di diametro, e ciò da un punto distante dal centro metri **0,085**.
11. Dividere la circonferenza di un circolo, il cui diametro è di metri **0,055**, in quattro parti eguali.
12. Idem Idem in cinque parti eguali.
13. Idem Idem in sei parti eguali.
14. Idem Idem in sette parti eguali.
15. Costruire un quadrato eguale alla somma di due altri, i cui lati sono metri **0,03** e metri **0,04**.
16. Costruire un quadrato eguale alla metà di un altro, il cui lato è metri **0,05**.
17. Idem doppio di un altro, il cui lato è metri **0,02**.
18. Idem eguale alla differenza di due altri dati, i cui lati sono metri **0,021** e metri **0,041**.

Si disegnino per esercizio i temi d'applicazione, Fig. **3**, **4**, **5**, **6**, *della Tav.* XXIV.

215. *Costruire un pentagono conoscendone un lato* GF. Fig. 15

Soluz. Si prolunghi a piacimento il lato *GF* verso *H*; dal punto *F* si innalzi una perpendicolare *FD* uguale a *GF*, e la si divida in due parti eguali nel punto *E*, da cui si descriverà l'arco *DH*; fatto centro in *G* ed *F* colla distanza *GH* si segni il punto d'intersezione *B*; si ripigli la distanza *GF*, e fatto centro in *B* ed in *G* si segni il punto *A*, e coi centri *B* ed *F* si determini l'altra intersezione *C*; infine unendo i punti *G*, *A*, *B*, *C*, *F*, con linee rette si avrà il pentagono regolare. TAV. X.

216. *Conoscendo il lato* AB *d'un esagono regolare, costruirlo.* Fig. 1

Soluz. Con un'apertura di compasso eguale al lato *AB* facendo centro in *A* e in *B* si descrivano gli archi indeterminati *BGF* ed *AGC*, che si intersecheranno nel punto *G*; da questo con un raggio *AG* si descriva il circolo *ABCDEF*; fatto centro in *F* ed in *C* si descrivano gli archi *BGD*, *AGE*, ed i punti *E* e *D* compiranno l'esagono domandato.

TAV. X.

217. *Avendo il lato* IL, *costruire un ettagono regolare.*

Fig. 2

Soluz. Si descriva un circolo con un raggio a volontà OZ; si divida la sua circonferenza in sette parti eguali, come nel problema 204, Fig. 2, Tav. IX; si uniscano i M, N, O, colle rette OM, ON, MN; si formi sul lato IL un triangolo simile ad MNO e se ne prolunghino i lati OM, ON; si prolunghi indefinitamente anche MN; portato il lato dato da M in B si condurrà per B una parallela ab al lato OM: il punto L determinerà la lunghezza del raggio OL, il cui circolo conterrà l'ettagono cercato.

Fig. 3

218. *Dato il lato* AB *dell'ottagono regolare, costruirlo.*

Soluz. Sul lato AB come diametro si descriva un semicircolo ADB, e nel punto C di mezzo innalzisi una perpendicolare CDH; fatto centro in D con un'apertura di compasso AD si descriva il circolo AHB; il punto H, ove questo taglia la perpendicolare, sarà il centro del circolo circoscritto all'ottagono domandato.

219. *Dato il lato dell'ennagono regolare, descriverlo.*

Soluz. Si operi come per l'ettagono, colla unica differenza che, invece di dividere il circolo preso ad arbitrio in sette parti, lo si dividerà in nove come al N° 206.

Fig. 4

220. *Dato un circolo, circoscrivere ad esso un esagono regolare.*

Soluz. Divisa la sua circonferenza in sei parti eguali, si conducano ad esso sei tangenti, i cui punti di contatto siano i punti di divisione, e che incontrandosi formeranno il poligono circoscritto. Se dal centro A con un'apertura di compasso AB si descrive un circolo, esso passerà per tutti i vertici del poligono, e gli sarà circoscritto.

Fig. 5

221. *Dato un triangolo* MLI, *inscrivergli un circolo tangente ai tre lati.*

Soluz. Diviso ciascuno dei suoi tre angoli in due parti eguali, le bisettrici s'incontreranno in un medesimo punto N, che sarà il centro del circolo inscritto; la perpendicolare abbassata da questo punto ad un lato ne sarà il raggio.

Fig. 6

222. *Inscrivere un circolo in un quadrato* ABEF.

Soluz. Tracciate le due diagonali FB ed AE, il punto C della intersezione sarà il centro, e la perpendicolare CG, abbassata al lato dal punto C, sarà il raggio del circolo circoscritto.

Fig. 7

223. *Dati tre punti* G, H *ed* I *in linea non retta, far passare per essi una circonferenza.*

Soluz. Si uniscano questi tre punti con due rette GH ed HI, che saranno due corde del circolo domandato, e s'innalzi nel mezzo delle medesime due perpendicolari NL ed ML: esse s'incontreranno nel punto L, che ne sarà il centro.

Fig. 8

224. *Descrivere un circolo tangente a tre rette* SQ, QP *e* PT, *che s'incontrano a due a due.*

Soluz. Divisi per metà gli angoli formati dalle medesime mercè le rette OP ed OQ, il loro punto d'intersezione O determinerà il centro del circolo richiesto, e la perpendicolare RO ad una di queste rette ne sarà il raggio.

Fig. 9

225. *Condurre due tangenti esterne comuni a due circoli, i cui centri sono* U *e* V.

Soluz. Uniscansi i due centri V ed U per mezzo di una retta; si descriva nel circolo maggiore un circolo VO, che abbia per raggio la differenza de' raggi dei due circoli dati cioè $XV - YU = VN$; si conduca dal punto U una tangente UN al circolo VO come nei problemi 208, 209, Fig. 11 e 12 della Tav. VIII; innalzata la perpendicolare UY dal punto U ed NX dal punto N e condotta la retta MP parallela ad UN, questa sarà la tangente domandata. Per la QR tangente in Z od in A si opererà nella stessa maniera.

Fig. 10

226. *Condurre due tangenti interne comuni a due circoli* ADH *e* BCF.

Soluz. Si uniscano i centri dei circoli dati A e B per mezzo d'una retta AB; si conducano in essi i raggi AD e BC in modo che siano paralleli fra loro, e partano dai loro centri in senso opposto; uniti i punti D e C con una retta, il punto E d'intersezione della CD colla AB, che unisce i due centri, sarà pure il punto d'intersezione delle due tangenti richieste. Da questo punto E si operi nella maniera dei problemi 208 e 209, Tav. VIII, Fig. 11 o 12.

Fig. 11

227. *Date due rette* AH *ed* AL *non parallele oppure che s'incontrano, descrivere due o più circoli tangenti fra essi ed alle rette.*

Soluz. Osservando che tutti i centri debbonsi trovare sulla medesima linea AI, la

quale divide l'angolo formato dalle rette *AH* ed *AL* in due parti eguali, dal punto *M* dato sulla linea *AN*, s'innalzi una perpendicolare *MN*, e prendendola come raggio, descrivasi il primo circolo *MND*. È chiaro, che il secondo circolo toccherà questo primo in *D*; da questo punto si elevi una perpendicolare *DB* sopra *AI*, ed ottenuto così il punto *B*, facendo centro in esso e con un'apertura di compasso *BD* descrivasi l'arco *DC*; dal punto *C* s'innalzi una perpendicolare alla retta *AH*, la quale incontrerà l'altra *AI* nel punto *E*, che sarà il centro del secondo circolo. Ripetendo di seguito la medesima costruzione se ne potrà descrivere un terzo, un quarto, ecc.

ARTICOLO II.

Trasformazione dei Poligoni in altri equivalenti, descrizione dell'Ovale e dell'Elisse, Archi rampanti, Parabola. TAV. X.

228. *Di un quadrato* LMNO *formare un ottagono regolare.* Fig. 12

Soluz. Conducansi le diagonali *NL* ed *OM*; dai vertici *N*, *O*, *L*, *M*, del quadrato con un'apertura *LI* descrivansi gli archi *GIB*, *EIH* ed *AID*, *FIC*; uniti i punti *G* ed *F*, *H* ed *A*, *C* e *B*, *E* e *D* con rette, si avrà un ottagono regolare.

229. *Trasformare un parallelogramma qualunque* RNOQ *in un rettangolo equivalente.* Fig. 13

Soluz. S'innalzino dai punti *R* ed *N* due perpendicolari alla retta *RN*; si prolunghi il lato *QO* fino in *S*, e si otterrà un rettangolo *RNSP* equivalente al parallelogramma *RNOQ*, avendo ambidue la medesima base e la medesima altezza.

230. *Dato un triangolo* ILH, *trasformarlo in un altro equivalente con un angolo dato* H. Fig. 14

Soluz. Si faccia nel punto *H* un angolo *HHM* uguale ad *H* dato, e dal punto *M* conducasi una retta *LM*, parallela alla *IH*, fin tanto che incontri la *HM* nel punto *M*: unito il punto *I* con *M* si otterrà il triangolo domandato *IHM* equivalente ad *IHL*, perchè hanno ambidue la medesima base e la medesima altezza.

231. *Descrivere un poligono regolare stellato di otto angoli salienti a punte.* Fig. 15

Soluz. Descrivasi un circolo, che abbia per diametro una lunghezza *HD* uguale alla massima dimensione del poligono, e se ne divida la circonferenza in otto parti eguali nei punti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, come nel problema 205, Fig. 3, Tav. IX; poscia descritto un altro circolo minore, cioè avente un raggio metà del primo, suddivisi gli angoli per metà nei punti *I*, *L*, *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, *R*, e congiunti questi fra loro, si avrà il poligono domandato.

Problemi sulla costruzione dei Poligoni regolari inscritti e circoscritti e dei Circoli tangenti, sulle trasformazioni dei Poligoni in altri equivalenti e sulle divisioni dei medesimi in parti eguali, equivalenti e proporzionali.

1. Costruire un pentagono regolare, onde un lato è di metri 0,029.
2. Costruire un esagono regolare, di cui un lato ha metri 0,031.
3. Costruire un ettagono regolare, onde un lato è uguale a metri 0,025.
4. Costruire un ettagono regolare, del quale un lato è pari a metri 0,029.
5. Costruire un ennagono regolare, conoscendo un lato di metri 0,031.
6. Conoscendo il lato di un decagono regolare uguale a metri 0,028, costruirlo per mezzo dell'angolo al perimetro od usando il rapportatore.
7. Con un lato di metri 0,03 costruire un poligono regolare da tre a dodici lati inclusivamente.
8. Descrivere un esagono, un ettagono, ecc., circoscritto ad un circolo, il cui raggio è di metri 0,021.
9. Inscrivere un circolo in un triangolo, i cui lati sono l'uno di metri 0,04, l'altro di metri 0,03 e il terzo di metri 0,05.

10. Inscrivere un circolo in un quadrato, la cui diagonale è pari a metri 0,065.

11. Far passare una circonferenza di circolo fra due punti distanti metri 0,045 l'uno dall'altro.

12. Condurre quattro tangenti a due circoli, i cui centri sono distanti fra loro metri 0,062, ed i raggi importano l'uno metri 0.01 e l'altro metri 0,025.

Si disegnino per esercizio i temi d'applicazione, Fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, della *Tav.* XXV.

TAV. XI.

232. *Descrivere un ovale* (V. N° 84), *di cui si conosce l'asse maggiore* X.

Fig. 1

Soluz. Si faccia *AD* eguale ad *X* e lo si divida in tre parti nei punti *B* e *C*; da questi come centri si descrivano i circoli *AHGCLI* e *BGEDFL*; uniti i punti *B* o *C* con quelli d'intersezione *G* ed *L* dei due archi, si avranno quattro punti *I, F, H, E*, e fatto centro successivamente in *G* ed in *L* con un raggio eguale ad *LH* oppure a *GI* si descriveranno gli archi *IF, HE*, i quali congiunti cogli archi *IAH* ed *FDE* formeranno l'ovale domandato.

Fig. 2

233. *Descrivere un ovale più schiacciato del precedente per mezzo di due circoli tangenti, essendo dato l'asse maggiore* HI.

Soluz. Dividasi la retta *HI* in quattro parti eguali nei punti *M, J, L*; dai punti *M* ed *L* come centri si descrivano due circoli tangenti *HGJN* ed *ISJP*; fatto centro nei punti *M* ed *L* con un raggio eguale ad *ML* si descrivano due archi, che s'incontrino in *R* ed *O*; uniti questi due punti d'intersezione coi centri *M* ed *L* dei due circoli, e prolungato le rette di congiunzione fino all'incontro delle due circonferenze, si otterranno quattro punti *G, N, S, P*, fatto centro nei due punti *O* od *R*, con un raggio eguale ad *OG* si descriveranno gli archi *GS, NP*, e si avrà l'ovale richiesto.

Fig. 3

234. *Descrivere un ovale, di cui si conosce l'asse maggiore* AM, *meno schiacciato del precedente, per mezzo di due circoli tangenti.*

Soluz. Si descrivano due circoli tangenti, che abbiano per diametro la metà dell'asse maggiore *X* dato; collo stesso raggio *DB*, fatto centro in *L*, punto di contatto dei due circoli, descrivasi il circolo *EDFI*; s'innalzi una perpendicolare *FE* nel punto *L*; si uniscano i due punti *F* ed *E*, ove la circonferenza incontra la perpendicolare, coi centri *D* ed *I*, e si avranno i punti *B, C, G, H*; dai punti *E* ed *F* si descrivano finalmente gli archi *BG* e *CH*, e si avrà l'ovale desiderato.

Fig. 4

235. *Descrivere un ovale più schiacciato dei tre precedenti, dato l'asse maggiore* XO.

Soluz. Si divida l'asse *XO* in sei parti eguali formando tre circoli tangenti del medesimo raggio; con un'apertura di compasso eguale a questo fatto centro in *X* ed in *O* si determinino i punti *X, S* e *P, Q*; dal punto *P* con un'apertura di compasso *PX* si descriva l'arco *XR* e dal punto *X* l'arco *PR*; il punto *R* di comune intersezione sarà il centro per descrivere l'arco *XP*: nella stessa maniera si troverà il centro per determinare l'arco *SQ*, e si compirà l'ovale.

Fig. 5

236. *Descrivere un ovale conoscendo i due assi* AB *e* CD.

1ª Soluz. Sulla metà della retta *AB* uguale all'asse maggiore s'innalzi una perpendicolare; fatte due rette *FC* ed *FD* uguali alla metà dell'asse minore, si porti una di esse da *A* in *E*; la differenza *EF* si divida in tre parti, si porti una di queste da *E* in *G*, e si avrà il raggio *GA* per descrivere dal punto *A* come centro l'arco *MGH* o dal punto *B* l'arco *LI*; si otterranno gli archi *MCL* ed *MDI* a compimento dell'ovale operando nella guisa del problema antecedente per ottenere l'arco *XP*.

Fig. 6

2ª Soluz. Sia *AB* l'asse maggiore e *GF* la retta eguale alla metà dell'asse minore innalzata perpendicolare nel mezzo, e chiamata ordinariamente *altezza* o *saetta della curva*; conducasi la retta *AF*, e su questa si porti la differenza *HG* dei due semiassi *AG* ed *FG* da *F* in *E*; nella metà di *AE* s'innalzi la perpendicolare *DC*, che sufficientemente prolungata taglierà gli assi in due punti, cioè l'asse minore in *C* e l'asse maggiore in *I*, i quali punti saranno i centri degli archi *MK, KN*. Per l'arco *MO* si agirà come per *KN*, ma in senso opposto.

237. *Descrivere l'elisse detta* del giardiniere *con una funicella o con un filo, essendo dati i due assi* IO *e* GP. TAV. XI. Fig. 7

Soluz. Si traccino i due assi *IO* e *GP* perpendicolari fra loro ed in modo, che si taglino per metà, come nei problemi precedenti; si trovino i due fuochi (N° 81); con una apertura di compasso eguale alla metà dell'asse maggiore fatto centro in *G*, estremità dell'asse minore, si descriva l'arco *LM*, e i punti determinati sull'asse maggiore *LM* saranno i fochi dell'elisse; si annodino i due capi di un filo o di una funicella, eguale in lunghezza all'asse maggiore *IO*, si piantino due spilli o chiodi nei due fochi, quindi, mantenendo il filo sempre ben teso, come lo indica la Figura, si faccia scorrere la matita o punta di ferro *N* al disopra e al disotto dell'asse maggiore, e si avrà l'elisse *IGNOP*, per la proprietà dei raggi vettori *LN* ed *LM*, onde la somma è sempre equivalente all'asse maggiore.

Questo processo viene continuamente usato con facilità dai falegnami o dai muratori per tracciare l'elisse sovra piani di tavole o sul muro; ma quando si voglia estendere la costruzione alle grandi dimensioni, alla semplicità del metodo si oppone la difficoltà di ottenere la curva con esattezza. Una corda alquanto lunga è suscettiva di allungarsi, specialmente se molto torta, ed inoltre bisognerebbe che la trazione operata dalla punta fosse costante, il che è praticamente impossibile.

Allorquando si vuol ottenere la curva ellittica con molta esattezza, s'impiegherà con vantaggio il compasso ellittico (V. la Prima Parte del nostro Corso Compiuto).

238. *Descrivere l'elisse per punti, essendo dati i due assi* AB *e* CD. Fig. 8

Soluz. Posti gli assi *AB* e *CD* ad angolo retto, si trovino i due fochi *O*, *P*; si prendano varii punti *j*, *i*, *o*, *m*, *n*, a volontà fra *O* e *P*, ciascun dei quali dividerà l'asse maggiore *AB* in due segmenti; facendo centro nel foco *O*, coi segmenti *Ai*, *Aj*, *Ao*, ecc., si descrivano altrettanti archi di circolo *L*, *M*, *N*, al disopra, e *G*, *E*, *F*, al disotto dell'asse maggiore; fatto centro nel foco *P* con raggi eguali ai segmenti *iB*, *jB*, *oB*, ecc., si descrivano pure degli archi, i quali taglino i primi. I punti *L*,*M*,*N*,*G*,*F*,*E*, d'intersezione così determinati, come anche quelli che si potranno determinare simmetricamente intorno agli assi ripetendo l'operazione, appartengono evidentemente all'elisse, perciò unendoli tutti con una linea curva, essa sarà l'elisse domandata.

239. *Conoscendo i due assi, descrivere l'elisse per punti mediante ordinate ai diametri dei circoli descritti sugli assi stessi.* Fig. 9

Soluz. Descritto sull'asse maggiore *AB* un circolo avente per diametro l'asse maggiore stesso, si divida la sua circonferenza in un certo numero di parti eguali, per esempio in sedici, nei punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*; si descriva un altro circolo sull'asse minore *CD*, e si conducano dai punti di divisione *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, tanti raggi *ao*, *bo*, ecc., i quali taglieranno la circonferenza descritta sul circolo minore nei punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ecc.; conducansi nei punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ecc., di divisione del circolo descritto sull'asse minore tante rette normali a questo, le quali per conseguenza saranno parallele all'asse maggiore *i*; nei varii punti d'intersezione delle rette si faccia passare una linea curva, e questa sarà l'elisse voluta.

240. *Descrivere l'elisse col compasso ellittico, conoscendone i due assi* RS e VT. Fig. 10

Soluz. Per le proprietà dei suoi raggi vettori si sono immaginati varii strumenti per descrivere l'elisse (1). Uno dei più semplici è a forma quasi di croce, come vedesi nella Figura, munito d'incavature, nelle quali si mettono perni o tassolli a coda di rondine, scorrevoli in guisa che nel loro movimento non possano uscire dall'incavatura; vi si adatta pure un regolo, che entra negli assi di questi perni, o che si applica in modo da tenerli ad una distanza determinata senza impedir loro di strisciare nelle incavature.

Da tale disposizione risulta che, movendo questo regolo, la punta *U* si avanza secondo un rapporto, il quale varia in ragione della distanza dei perni. Così, facendo questa

(1) Il signor N. Collignon ne descrisse parecchi nella sua *Geometria delle Curve*.

TAV. XII. distanza XZ eguale alla differenza dei suoi due semiassi, posta una matita od altro corpo nel punto U e movendo il regolo, si descriverà l'elisse. Siccome poi la distanza XZ si può cangiare a volontà, così con questo strumento si potranno descrivere elissi di qualunque specie.

Fig. 1 241. *Data un'elisse* APBD *trovarne il centro, gli assi e i fochi.*

Soluz. Si conducano due corde parallele qualunque LI, FS; pei punti di mezzo M ed E si faccia passare la corda QG, che sarà un diametro, e il punto di mezzo O sarà il centro dell'elisse. Dal punto O come centro e col raggio $OQ = OG$ si descriva la circonferenza $QRGH$, e si uniscano i quattro punti Q, H, G, R, d'intersezione delle due curve; e dividendo per mezzo QR, HG colla AB, le perpendicolari AB e PD, condotte nell'elisse, saranno gli assi, e le intersezioni O'', O', sull'asse AB di un arco descritto col centro in P e col raggio $OA = OB$, determineranno i fochi.

Fig. 2 242. *Condurre una tangente in un punto* E *sulla curva dell'elisse, di cui si conosce l'asse maggiore ed i fochi.*

Soluz. Si prolunghi un raggio vettore che passi per il punto E quanto l'altro raggio vettore ED fino in F, poi, diviso l'angolo FED per metà colla retta ET, questa sarà la tangente domandata. In altra guisa si riuniscano con una retta FD i punti F e D, s'innalzi ad essa una perpendicolare ET nel mezzo, e questa sarà la tangente richiesta.

Fig. 3 243. *Condurre una tangente ad un'elisse per un punto* C *dato fuori di essa.*

Soluz. Sieno E ed F i fochi dell'elisse: dal punto dato C come centro con un raggio CF si descriva un arco di circolo: dal foco E, con un raggio eguale all'asse maggiore AB, si descriva un secondo arco, che tagli il primo nei punti G ed H; si conducano le linee GE ed HE, che taglieranno l'elisse nei punti K e K'. Tale problema però ha due soluzioni, cioè da uno stesso punto si possono condurre due tangenti all'elisse.

Se la tangente dovesse essere parallela ad una retta data ab, bisognerebbe condurre la Fd perpendicolare a questa e dall'altro foco E con AB per raggio descrivere un arco di circolo, che tagliasse Fd nel punto H; dal punto dato C si abbasserebbe sulla metà di FH una perpendicolare CK, e questa sarebbe la tangente richiesta.

Fig. 4 244. *Per un punto* L, *dato sopra un'elisse, condurre una normale a questa curva* (1).

1° Soluz. Si conduca per il punto dato sopra la curva una tangente, indi si elevi ad essa pel medesimo una perpendicolare, e questa sarà la normale domandata. Il metodo seguente però è molto più semplice.

2° Soluz. Si conducano due raggi vettori LF e LE, si determini la bisettrice dell'angolo formato da queste due rette, ed essa bisettrice LM sarà la normale cercata.

La determinazione delle normali è di molta importanza per la costruzione delle volte depresse o rialzate, la cui curva direttrice è un'elisse.

Fig. 5 245. *Descrivere una circonferenza intorno a uno spazio occupato, che non permette di segnare il centro nè di usare il compasso.*

Soluz. Si conduca una retta qualunque DE in modo che sorpassi l'ostacolo a destra ed a sinistra; a ciascuna delle sue estremità D ed E s'innalzino le perpendicolari AD ed EB, eguali ad essa; si uniscano i capi A e B di queste perpendicolari; si divida ciascuna delle quattro linee AB, BE, ED ed AD, in un certo numero di parti eguali, per esempio in dodici; si segnino quelle di AB e DE, andando dalle estremità al mezzo, e quelle di AD e BE andando dal mezzo alle estremità; si unisca ciascun punto di divisione di un lato a quello dell'altro lato adiacente, che porta il medesimo numero, cioè il punto 6, più vicino ad A sopra AD, al punto 6 di AB, il punto 5 di $A1$ metà di AD al punto 5 di $A6$ metà di AB, e così di seguito. Le intersezioni delle rette 1 e 1, 2 e 2, 3 e 3, ecc., saranno i punti d'una curva, che differirà pochissimo da una circonferenza tangente alle quattro rette AB, BE, ED e DA.

(1) Una retta è *normale* ad una curva, allorchè è perpendicolare a una tangente e passa pel suo punto di contatto. Così per la circonferenza tutti i raggi sono rette normali.

246. *Tracciare un'elisse intorno ad un ostacolo, che non permette di segnare i diametri.* TAV. XII.

Soluz. La soluzione di questo problema è identica con quella del precedente, solo Fig. 6 bisogna fare AB e CD eguali all'asse maggiore, che si vuol dare all'elisse, e AC o BD eguali all'asse minore.

247. Chiamansi *archi rampanti* quelle curve, ordinariamente formate da due archi di cerchio di raggi diversi, che si uniscono con tre tangenti, due delle quali formano i piedritti, o la terza, linea di operazione, determina la sommità della curvatura, per cui è chiamata *linea di sommità*. I due archi di cerchio da descriversi debbono unirsi insieme sulla linea di sommità, e con quella dei piedritti all'altezza dello origini, determinate da una linea inclinata, che si chiama *linea di salita*. Si adoperano questi archi per formare aperture sotto parti di costruzione in declivio, come tetti o salite di scale. Si adoperano pure archi rampanti per puntellare le vòlte a resta sotto le scale, ecc.

248. *Descrivere un arco rampante, di cui è data la linea di salita* AB. Fig. 7

Soluz. Siano AG e BH i due piedritti della vòlta, cui si vuol dare la curvatura dell'arco rampante; AB sarà la linea di salita e delle origini. Nel mezzo D di questa retta si conduca ER parallela ai piedritti AG e BH; fatto $ED=AD$, dal punto E si abbassi su AB la perpendicolare EC, e si conducano le rette AF e CB perpendicolari ai piedritti AF e BH: i punti F e C, ove queste linee incontrano la retta EC, saranno i centri dei due archi, che debbono formare la curva domandata, e i raggi saranno evidentemente AG e CB.

249. *Descrivere un arco rampante, di cui si conosce la linea di sommità* AB *e il punto di tangenza* C. Fig. 8

Soluz. È chiaro, che i centri degli archi, che debbono formare la curva richiesta, saranno posti sopra una retta perpendicolare in C alla linea di sommità. Le rette AD e BE rappresentando i piedritti, si descrivano dai punti A e B gli archi di cerchio CF e CI; si elevi nel punto C la linea CG perpendicolare ad AB; nei punti I ed F si conducano IH ed FG perpendicolarmente ad AB e BE: i punti H e G saranno i centri dei due archi, che formeranno la curva cercata.

250. *Data la linea di salita* AB *e la direzione della linea di sommità* fe, *determinare questa ultima e tracciare l'arco rampante.* Fig. 9

Soluz. Siano AD e BC i piedritti, AB la linea delle origini ed fe la direzione della linea di sommità; dai punti f ed e come centri si descrivano gli archi AG e BH, che taglieranno in H ed in G la linea fe; si conducano le corde GA e BH; pel loro punto d'intersezione I si tracci FE parallela ad fe; la retta FE sarà la linea di sommità domandata, ed il punto I sarà il punto di contatto dei due archi, che devono formare l'arco rampante. Si otterranno i centri L e K degli archi operando come nel problema precedente.

251. Dicesi *parabola* (V. N° 125) una curva piana ed aperta con un sol vertice, divisa dall'asse in due rami infiniti, eguali o simmetrici.

Per le molte sue proprietà questa curva s'impiega nelle arti a formare i *riflettori* o specchi parabolici, riflettendo essa paralleli fra loro i raggi luminosi e calorifici, quando la sorgente n'è posta nel suo foco. I proiettili lanciati nello spazio seguono questa curva, perciò essa è oggetto di studio agli artiglieri.

252. *Descrivere una parabola, di cui si conosce l'asse* AB, *il vertice* A *ed un punto qualunque* C. Fig. 10

Soluz. Dal punto C s'abbassi una perpendicolare sopra AB e si faccia $ED=EC$: il punto D apparterrà alla parabola. Si dividano in un medesimo numero di parti eguali le rette AE, CE ed ED; pei punti di divisione di CD si conducano delle parallele ad AB, e si facciano passare delle rette per C e per i punti di divisione della AE: le intersezioni F, G, H, delle rette $C1$, $C2$, $C3$, colle parallele $1F$, $2G$, $3G$ apparterranno anche alla parabola. Si otterranno i punti F', G', H', conducendo le corrispondenti F, G, H, parallele a CD, TAV. XIII. oppure operando dal punto D come si è fatto dal punto C.

253. *Descrivere un ovolo* (V. N° 87), *di cui è dato l'asse minore* AB.

Soluz. Sulla retta AB come diametro si descriva il circolo $ACBD$; condotta CD perpen-

TAV. XIII. dicolare nel mezzo di AB si uniscano l'estremità A e B col punto D; fatto centro in A ed in B, con un raggio eguale ad AB si descrivano gli archi BF ed AG; finalmente fatto centro in D, con un raggio DG si descriva l'arco GEF, il quale compirà l'ovolo desiderato.

Fig. 2 254. *Descrivere un ovolo, del quale sono dati i due assi* AB *e* GD.

Soluz. Sull'asse minore GD come diametro si descriva il semicircolo GAD; pel centro O s'innalzi la perpendicolare AOE; partendo da A si faccia AB uguale all'asse maggiore dato; si unisca il punto D col punto B; portata la differenza dei due assi da D in V, s'innalzi una perpendicolare sulla metà di BV, e prolungatala fino all'incontro della LH, si avranno i punti L ed H, che saranno i centri degli archi DL o GS; finalmente fatto centro in I con un raggio IS si descriva l'arco RBK, che compirà l'ovolo domandato.

ARTICOLO III.

Del Raccordamento delle Linee.

255. Dicesi *raccordamento delle linee* quella parte del disegno, che insegna il modo di congiungere due o più linee della stessa forma o di forma diversa, senza che nei punti di unione vi siano nè tortuosità, nè ugnature, nè angoli salienti, che farebbero cattiva apparenza in un disegno qualunque e particolarmente nel disegno geometrico (1).

Fig. 3 256. *Raccordare una porzione d'arco di circolo* DE *con una retta* AB, *essendo fissato su quello il punto* D.

Soluz. Conducasi un raggio CF, che passi nel punto D; preso due distanze eguali, aD e Db, al disopra e al disotto del punto dato, con un'apertura di compasso ad arbitrio, fatto centro in a ed in b, si taglino i punti A e B: la perpendicolare, che passerà per questi due punti, sarà la retta domandata.

Fig. 4 257. *Raccordare una circonferenza* EBDF *con due rette, che partano da un punto dato* A.

Soluz. Uniscasi il punto dato A col centro C; divisa la retta AC in due parti eguali, nel punto B come centro descrivasi un cerchio avente per raggio CB; nei punti E e D, ove questo cerchio taglierà il dato, si facciano passare le rette EA e DA, che risolveranno il problema come nel N° 208.

Fig. 5 258. *Raccordare con un arco di circolo due rette,* EB, CD, *formanti un angolo ottuso.*

Soluz. Si fissi il raggio, che si vuol dare all'arco di circolo, e con esso, fatto centro sulle rette LB e CD, si descrivano due archi in a ed in b, e vi si facciano passare due rette parallele alle date CD ed EB: il punto d'incontro A delle due parallele sarà il centro dell'arco che unirà queste due rette, o abbassando dal punto A le perpendicolari BA ed AC si avranno i due punti di raccordamento delle rette coll'arco.

Fig. 6 259. *Raccordare due rette,* EB *ed* FC, *con un arco di circolo passante per un punto dato* B.

Soluz. Nell'incontro D delle due rette con un raggio DB descrivasi l'arco BC, che passi per il punto dato B; dai punti B e C si abbassino le perpendicolari AB ed AC: il loro punto d'intersezione A sarà il centro dell'arco, che unirà le due rette come nel problema antecedente.

Fig. 7 260. *Da un punto* A, *dato come centro d'una circonferenza di circolo, descrivere un arco, che si raccordi colla circonferenza data* B D B' E.

Soluz. Si unisca il punto A' dato col centro C, e prolungata la CA' fino all'incontro della circonferenza BDB'E, dallo stesso punto A' con un raggio $A'B'$ si descriva l'arco domandato. Se il punto A fosse dato fuori, si opererebbe ugualmente, come vedesi dalla Figura.

(1) Le diverse combinazioni di queste linee nell'Architettura si chiamano *modanature* (V. Corso Compiuto, ecc. Parte II, *Architettura*, Tav. II).

261. *Tracciare con un dato raggio degli archi di circolo tangenti fra loro e passanti per i punti dati* A *e* B. TAV. XIII. Fig. 8

Soluz. Si divida la retta AB, che riunisce i punti dati, in quattro parti eguali colle perpendicolari CD, EF e GH; con un raggio AI, che deve essere sempre maggiore della metà di AJ, si descrivano dai centri A e B degli archi di circolo, i quali taglino la perpendicolare CD nel punto C, e l'altra perpendicolare GH nel punto H: questi due punti sono i centri degli archi AJ e JB, che sono in contatto nel punto J. Si osservi, che con raggi successivamente più grandi di AJ si troverebbero sulle perpendicolari CD e GH i centri di differenti archi di circolo, che come i cercati sarebbero tangenti e passerebbero per punti fissi.

262. *Raccordare le rette* AB *e* DG *con un arco di circolo, il quale deve passare per un punto* F *posto sulla linea* EI, *che divide in due parti eguali l'angolo formato dalle due rette.* Fig. 9

Soluz. Dal punto F conducasi una perpendicolare FC, e si dividano gli angoli BEF ed FIG' in due parti eguali con due linee, la cui intersezione comune C sarà il centro del circolo BFD, tangente alle due rette date, che si descriverà col raggio CF: i punti di contatto B e D si otterranno abbassando dal centro C le perpendicolari sulle rette AB e GD.

263. *Trovare il centro* C *d'un circolo, il quale deve essere tangente a tre rette, di cui due,* AD *e* BG, *sono parallele e tagliate da una terza,* ab. Fig. 10

Soluz. Si dividano gli angoli interni formati dalle rette Ea, ab ed ab, bB: il punto di incontro C delle due bisettrici aC e bC sarà il centro del circolo, e si avrà il raggio abbassando dal punto C delle perpendicolari alle rette.

264. *Congiungere un semicircolo* ABC *con una retta* DE *parallela al diametro dato.* Fig. 11

Soluz. Si porti la distanza aD fra la retta AC e la retta ED da A in b e da C in A, indi fatto centro nei punti b ed a si descrivano gli archi AE e DC, che uniranno il semicircolo colla retta data.

265. *Descrivere una gola diritta formata di archi di circolo tangenti e passanti per due punti dati, i quali hanno per raggio la metà della distanza di questi.* Fig. 12

Soluz. Si congiungano i due punti dati A e B colla retta data AB, sul mezzo della quale s'innalzerà una perpendicolare EF; con un raggio eguale alla metà di AB, da una parte e dall'altra dei punti A e C, si descrivano degli archi, che si taglieranno in H e in G: questi punti sono i centri de'due archi cercati AC e GB, formanti una curva, che in architettura si chiama *gola diritta*. Quando la gola è accompagnata da filetti, essa prende il nome generico di modanatura.

266. *Tracciare in un quadrato degli archi di circolo simmetrici ed uniti fra loro per una modanatura semicircolare.* Fig. 13

Soluz. Sia AB il lato del quadrato; si conducano le diagonali, che si taglieranno nel punto C, pel quale si condurranno le parallele CA e CF ai lati del quadrato; dagli angoli di questo con un raggio dato AG si descrivano dei quarti di circolo; dai punti D, E, F, come centri, con un raggio Da minore della distanza Db, si descrivano delle semicirconferenze, che compiranno la Figura. Se ne verificherà la costruzione descrivendo coi raggi CG e CH delle circonferenze concentriche, le quali dovranno essere esattamente in contatto, una coi quarti di circolo e l'altra colle piccole modanature. Costruzioni simili alla descritta occorrono sovente nel disegno delle macchine per rappresentare tiranti (*bielles*), colonne, alberi di ghisa, ecc. TAV. XIV.

267. *Date due rette* AB *e* BC, *tracciare una curva, che le unisca e passi pei punti* A *e* C *presi su ciascuna di esse.* Fig. 1

Soluz. Si conduca la corda AC; unito il punto D in metà di questa corda col punto d'incontro B delle due rette, si divida BD in due parti eguali nel punto E, il quale sarà un punto della curva; si tirino le linee EC ed EA, e nel loro mezzo s'innalzino le perpendicolari ab e cd; si porti il quarto di ED da e in f e da e' in f', e i punti f f' apparterranno anche alla curva; si ripeta la stessa operazione per ottenere i punti g, h, e g' h': la riunione di tutti questi darà la curva cercata.

TAV. XIV. Fig. 2

268. *Come si risolverebbe il problema antecedente, quando non si potessero avere i punti d'incontro* B *e* D.

Soluz. Nei punti *A*, *B*, *C*, si pianti un piuolo o cavicchio di ferro sottile, affinchè la sua spessezza non noccia alla precisione dell'operazione; si prendano due regoli bastantemente lunghi *mc* ed *nc* e si fissino con due chiodi o viti nel punto contro ai piuoli, come vedesi nella Figura; si faccia muovere l'angolo così formato da essi, tenendoli nel medesimo tempo aderenti ai due piuoli *A* e *B*, ed il suo vertice *mCn* descriverà l'arco *AbCdB*.

Fig. 3

269. *Come si rettifica approssimativamente una linea curva qualunque* BCH.

Soluz. Si divida la curva data in tanto parti eguali, e si porti una di queste altrettante volte su d'una retta qualunque *AB*, che sarà la retta eguale in lunghezza alla curva data. Più il numero delle parti sarà grande, più essa si approssimerà alla curva. Per rettificare le linee curve si hanno varii strumenti, che prendono il nome di *opisometri*.

Fig. 4

270. *Descrivere una spirale.*

Soluz. Si formi un quadro *abdc*, e se ne dividano i lati per metà nei punti *A*, *B*, *C*, *D*; da questi si conducano quattro rette perpendicolari a due a due *AA'*, *BB'*, *CC'*, *DD*; fatto centro in *c* si descriva l'arco *BC*, e in *d* l'arco *CD*, poi fatto centro in *b* si descriverà *DA*, e, facendo così di seguito, si compirà la spirale. Vi sono ancora moltissimi altri metodi, che noi per brevità tralasciamo.

Fig. 5

271. *Trovare la comune misura di due rette date* AB *e* CD.

Soluz. Si porti la retta minore *CD* sopra la maggiore *AB* tante volte, quante può esservi contenuta; poniamo che da *A* in *E* lo sia tre volte col resto *EB*. Si porti allora il resto *EB* sulla retta minore *CD* tante volte quante vi può capire, e ciò da *C* in *D* sia, per esempio, 6 volte esattamente: si dirà dunque che *EB* è la comune misura, cioè, misurando le due rette con questa distanza *EB*, si troverà che una, cioè la *CD*, la contiene 6 volte, e l'altra *EB* 19, perchè comprende tre volte la *CD*, la quale la contiene 6 volte, più una; in questo caso diremo, che le due rette stanno nel rapporto di 6 : 19. Può tuttavia avvenire, che, comunque si tenti la operazione, non si trovi mai un resto, il quale sia contenuto nel precedente un numero intiero di volte; allora le due rette non hanno comune misura, e diconsi perciò *incommensurabili*.

ARTICOLO IV.

Copia e Riduzione dei Disegni.

Fig. 5

272. Dicesi *copia di un disegno* la riproduzione identica del modello, che si può ottenere mediante processi grafici o con mezzi meccanici. I processi grafici si eseguiscono: 1° colle coordinate o normali abbassate dai punti principali del disegno sopra una retta direttrice o asse, presa sul modello o fuori di esso; 2° scomponendo la figura in tanti triangoli, indi applicandovi la soluzione del problema: dati i tre lati costruire il triangolo; 3° col metodo delle diagonali; 4° colla *reticola*. I mezzi meccanici sono: 1° l'uso del compasso a tre punte, 2° della carta trasparente, 3° del *punteggiamento* o *spolvero*.

Fig. 6

273. *Come si costruirà una figura, eguale o copia del poligono* ACDEBNPO *mediante le normali od ordinate.*

Soluz. Si tracci una retta *AC* nel senso della maggior lunghezza della figura data, e dai punti *E*, *D*, *C*, *P*, *O*, *N*, si abbassino tante perpendicolari o normali alla retta *AB*; tracciata una linea qualunque eguale ad *AB* sul foglio o piano, su cui si vuol fare il disegno, si portino su di essa le distanze eguali ad *AM*, *AL*, *AI*, *AH*, *AG*, *AF*; da questi punti di divisione s'alzino tante perpendicolari alla *AB* come nei punti *M*, *L*, *I*, ecc.; fatte queste eguali alle loro corrispondenti *LC*, *DH*, e così di seguito per gli altri punti, si uniscano tutti questi fra loro con rette, e si avrà una figura o un poligono eguale al dato.

274. *Come si copierebbe una linea curva* ANLPOQERCD. TAV. LIV.

Soluz. Conducasi una retta AB, la quale seghi la curva nel maggior numero di punti possibili A, L, E, C, e dividansi questi spazii in tante parti eguali come M, I, H, G, F, oppure ad arbitrio secondo la maggiore o minore quantità di punti della curva, che si vogliono avere. Ciò fatto, s'innalzino alla retta AB tante perpendicolari eguali ed equidistanti, si uniscano i diversi punti della linea curva col curvilineo, e si avrà per copia della data un'altra curva ad essa identica. Fig. 7

275. *Come si potrebbe copiare, per esempio, il disegno di un piano rappresentante un gruppo di case per mezzo di triangoli, i quali abbiano tutti la stessa base, o per mezzo d'intersezioni.* Fig. 8

Soluz. Scelta per base una retta AB sulla figura, s'immagini, che ciascun punto del contorno di questa sia il vertice di un triangolo, del quale si conoscono i tre lati, come i triangoli ABC, ABD, ABE, ecc.; si faccia una linea eguale ad AB sul foglio, che dovrà contenere la copia, considerandola come la base comune a tutti i triangoli, i cui vertici si trovano in quelli degli angoli C, D, E, G, ecc. della figura, e si avranno per conseguenza da costruire tanti triangoli aventi per base comune la linea pari ad AB ed eguali ad ABC, ABD, ABE; unendo convenientemente fra loro i vertici di questi triangoli si avrà una figura eguale alla data.

276. *Come si copierà un disegno, per esempio quello di una lapide, mediante la reticola.* Fig. 9

Soluz. Si circoscriva leggermente alla figura data un rettangolo od un quadrato $ABCD$ colla matita, e ciò per non danneggiare l'originale; si dividano i lati AB, BC, CD, DE in un certo numero di parti eguali, come quelle 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7, nei punti segnati 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; si conducano per questi tante rette, ed esso taglieranno in più punti il modello del disegno proposto. Fatto sul foglio di disegno preparato per la copia un rettangolo od un quadrato eguale al suddetto $ABCD$ circoscritto all'originale, se ne dividono i lati nello stesso numero di parti 1', 2', 3', 4', ecc., poi osservando i diversi punti $a_{\prime\prime}$ b', c', d,' e, ecc., in cui la figura incontra le linee di quella sulla reticola della copia, e riunendoli convenientemente tutti, vi si otterrà una figura, la quale sarà identica al modello. TAV. LV.

277. Talvolta però si eseguiscono intelaiature, nelle quali si può costruire una reticola con fili finissimi di seta, e per servirsene la si sovrappone al modello. Quando non è mestieri d'una grande precisione si ricorre ad un vetro, sul quale si tracciano i piccoli rettangoli, e si sovrappone al modello proposto per osservare le parti del disegno originale comprese da rettangolo a rettangolo. Potrebbe pur servire a tal uopo la carta o tela trasparente. Fig. 1

278. Quando si tratta di copiare ornati, invece di dividere i lati del rettangolo in parti eguali, si tracciano delle linee 11', 22', 33' 44', ecc., e 1"1"', 2"2"', 3"3"', 4"4"', ecc., che passino nei punti principali della Figura, o trasportando queste distanze, come ab, de, ecc., sul foglio di disegno, su cui si vuol fatta la copia, si otterranno i varii punti del contorno dell'ornato, i quali, uniti fra loro con gusto e in modo opportuno, daranno un disegno eguale al primo.

279. *Come si copierà col punteggiamento una figura rettilinea, per esempio un meandro.* Fig. 2

Soluz. Si sovrapponga il disegno originale al foglio, su cui vuolsi ottenere la copia, e con un ago finissimo si traforino tutte le estremità delle linee: uniti convenientemente fra loro questi punti con delle rette, s'otterrà un meandro eguale al primo. In questo caso si potrebbe anche scomporre l'ornato o meandro nel suo reticolato di costruzione, e numerando gli spazii fra un giro e l'altro, ottenerne così la formazione. Tale metodo si adopera principalmente per i piani del catastro, nelle piante in architettura ed in tutti i casi, ove si hanno figure geometriche formate soltanto da linee rette, di cui basta determinare le estremità.

280. *Come si copierebbe un ornato circolare, per esempio un rosone.* Fig. 3, 4

TAV. XV. Soluz. Si descrivano tanti circoli concentrici, quanti sono i punti principali, che corrono sulla stessa circonferenza, e si conducano delle rette dal centro a questi punti 1, 2, 3, 4, 5, del rosone; fatti gli stessi circoli e divisi nella stessa maniera sul foglio della copia si avranno i punti, pei quali deve passare il contorno dell'ornato; si uniscano tutti con curve convenienti e si otterrà la copia di questa o qualunque altra figura circolare.

281. *Copiare con lo spolvero.*

Soluz. Questo metodo di punteggiamento tutto particolare è usato dai pittori, quando vogliono disegnare una figura od un ornato sul muro. Eglino cominciano a disegnarlo sulla carta, fina assai, poi con un ago ne traforano tutto il contorno; presa quindi una pezzotta rara piena di carbone polverizzato, come vedesi nella Figura 7, e postata la carta colla figura traforata contro il muro, ne seguono i contorni battendovi leggermente sopra con quella: il carbone passa così per i fori e va sul muro lasciandovi una traccia, che poi si percorre col pennello. (Fig. 7)

282. *Copiare con carta trasparente (carta vegetale).* (Fig. 5, 6)

Soluz. Si fissi un foglio di carta trasparente sopra il piano o disegno, e vi si riproducano esattamente i contorni sottostanti; si porti questo calco sopra la carta per la copia, ponendovi fra mezzo un foglio finissimo spalmato in nero (con matita polverizzata) e volto in modo da potervi lasciare traccia sotto la pressione d'un punteruolo. Questa operazione chiamasi *decalcare*. È bene però, prima di fare il calco, trasportare i punti principali del disegno per mezzo di un compasso a tre punte oppure determinarli per intersezione, e quindi adattare ad essi la carta trasparente. Si copii con questo metodo, per esempio, la carta d'Italia.

TAV. XVI. 283. Chiamasi *riduzione di un disegno* l'operazione, mercè la quale si costruisce una figura simile al modello, o più grande o più piccola di esso. Le riduzioni possono essere o *lineari* o *superficiali*, secondo che il rapporto dato è quello esistente fra le linee omologhe o quello fra le aree delle figure simili; esse possono effettuarsi con mezzi meccanici, cioè con istrumenti opportuni, o con mezzi grafici. Gli strumenti usati a tal uopo sono: 1° *il compasso di riduzione*, 2° *il pantografo*, 3° *il micrografo*. I mezzi grafici sono: 1° *la reticola o reticella*, 2° *i triangoli simili*, 3° *l'angolo di riduzione*, 4° *la scala di proporzione*. Noi però in questo Manuale non parleremo che dei principali.

284. *Come si ridurrà un disegno qualunque, per esempio quello di un giardino, ad un terzo del dato col compasso di riduzione.* (Fig. 1)

Soluz. Per ridurre questo disegno ad un terzo, cioè farne un altro simile in modo, che le sue dimensioni lineari siano un terzo delle date, si porti la lineetta incisa sul perno scorrevole a coincidere colla divisione del braccio segnata $\frac{1}{3}$: tutte le lunghezze prese sul modello colle punte *V* e *T* si troveranno ridotte al loro terzo nelle distanze fra le due punte *Y* ed *X*, perchè formando le due gambe del compasso due triangoli isosceli cogli angoli opposti al vertice uguali, le loro basi saranno sempre proporzionate alla lunghezza di queste. Condotte dunque due perpendicolari *ab* e *bc* uguali ad *AB* e *BC*, e presa sulla figura *ABCD* la distanza di due punti qualunque *E* e *D* col compasso di proporzione disposto nel modo suddetto, si avrà dalle punte opposte la distanza *YX* eguale ad un terzo di *ED*, perciò eguale ad *ae*. Così si opererà anche per i varii altri punti. Sarà però bene, prima di cominciare a trasportare le parti minute del disegno, tracciare due linee perpendicolari *GH* ed *EL* nel mezzo dei lati del suo quadro, per poterli usare a riferire i varii punti di esso.

285. Volendosi ridurre un disegno ad un rapporto non segnato sullo strumento, si colloca a luogo il perno per tentativi; così per esempio, se le dimensioni lineari del disegno ridotto dovessero essere $\frac{2}{5}$ di quelle dell'originale, si trasporterebbe il perno per tentativi, finchè il compasso si aprisse in modo, che la distanza fra le due punte *Y* ed *X* fosse uguale ai $\frac{2}{5}$ di *T* e *V*. A tal effetto si prenderebbe una linea *AB*, la si dividerebbe in cinque parti eguali, e su questa divisione si preparerebbe il compasso per la riduzione a $\frac{2}{5}$. Nello stesso modo si opererà in altri casi simili. (Fig. 2)

286. *Come si ridurrà mediante la reticola un disegno dato, per esempio quello d'una fortezza pentagonale.* TAV. XVI. Fig. 3

Soluz. Si circoscriva al disegno proposto un quadrato od un rettangolo, come al N° 277, se ne dividano i lati *TV*, *UV*, *VX*, in un certo numero di parti eguali, e si uniscano fra loro i punti di divisione con rette finissime, sia sopra l'originale, sia con fili sottilissimi di seta tesi sopra una intelaiatura, sia sul vetro; fatto il quadrato od il rettangolo simile al proposto, avente le dimensioni volute dal modello, si divida nello stesso modo, ed osservando la parte del disegno, per esempio *abcd*, contenuta in ciascuno dei piccoli quadrati o rettangoli fatti sull'originale, la si disegni nei piccoli quadrati o rettangoli corrispondenti, come *a'b'c'd'*, della riduzione.

287. *Come si ridurrà a* $^3/_4$ *un poligono qualunque, per esempio* ABCDEFG*H*, *mediante i triangoli simili.* Fig. 4

Soluz. Scelta per base una retta qualunque *AB*, come al N° 275, si conducano dai punti *A* e *B* tante rette ai varii punti *C*,*D*,*E*,*F*,*G*,*H*, e ne risulteranno tanti triangoli con per base la retta *AB*; prendasi una retta *ab*, eguale ai tre quarti della *AB*; nei suoi due estremi *a* e *b* si formino tanti triangoli eguali a quelli formati in *A* ed in *B*, i cui lati prolungati bastantemente s'incontreranno nei punti *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h;* uniti questi fra loro nello stesso modo che nella Figura *ABCDEFGH*, essi formeranno un poligono simile al dato, e tutte le linee, che lo compongono, saranno eguali a tre quarti delle omologhe in questo.

288. Dicesi *angolo di riduzione* un triangolo isoscele, i cui lati hanno un determinato rapporto colla base. TAV. XVII.

289. *Costruire un angolo di riduzione, col quale si possa ridurre un disegno ai suoi* $^3/_5$. Fig. 4

Soluz. Sopra una retta indefinita *AB* si portino cinque parti eguali d'una grandezza qualunque; nel punto *A* come centro con un'apertura di compasso *AB* si descriva un arco, e con un raggio eguale a tre parti fatto centro in *B*, se ne descriva un secondo, il quale taglierà il primo nel punto *D*; si unisca il punto *A* col punto *D*, e l'angolo di riduzione per ridurre un disegno ai suoi $^3/_5$ sarà costruito.

290. Per servirsene, si prenda sull'originale una dimensione qualunque, per esempio la lunghezza *ab* della tavola superiore nel disegno della facciata d'un camino *ABCD*, con la quale come raggio fatto centro in *A*, vertice dell'angolo di riduzione, si descriva l'arco *DC*: la corda di questo arco sarà la riduzione di *ab* corrispondente ossia *a' b'*; così l'arco *op* sarà la riduzione dell'altezza *A'B'*, *m'n'* quella di *MN*; e proseguendo nello stesso modo per tutte le altre linee si compirà il disegno. Fig. 4, 5

Esempio. *Ridurre al doppio o triplo il disegno del giardino* OPMN *con qualcuno dei metodi insegnati.* (Fig. 5, Tav. XVI).

Soluz. Formato il rettangolo, che deve contenerlo, trovando col metodo adottato la larghezza dei lati, si divida ciascuno di questi per metà; uniti questi punti di divisione fra loro, si avrà in quello d'intersezione il centro del circolo di mezzo, e poi con questo metodo stesso si troveranno i raggi degli altri cerchi, la larghezza dei viali, degli edifizi, dei pergolati e di tutte le altre parti del disegno.

ARTICOLO V.

Delle Scale e della loro Costruzione.

291. *Scala di proporzione.* Dicesi *scala di proporzione* una linea *AB* divisa e suddivisa in tante parti eguali, in quanto è divisa l'unità di misura lineare prescelta oppure d'uso nel paese, come per esempio il metro, il piede, ecc. Essa è la scala propriamente detta, cioè il rapporto costante fra le linee omologhe dell'oggetto naturale, come d'una macchina, d'un edifizio, e quelle corrispondenti sul suo disegno. Le prime sono dette *lunghezze naturali*, e *lunghezze grafiche* le seconde. Fig. 1, 2

Se le parti, in cui è stata divisa la retta AB, sono eguali a $\frac{1}{2}$, a $\frac{1}{3}$, a $\frac{1}{4}$, a $\frac{1}{5}$, a $\frac{1}{1000}$ dell'unità di misura, si dirà che la scala è dall'1 al 2, al 3..., al 1000.

Prendendo col compasso le lunghezze grafiche del disegno sulla scala si ottiene il valore delle lunghezze corrispondenti, come risulterebbe dalle misure effettive portate sull'oggetto rappresentato dal disegno.

292. *Scelta della Scala.* Prima d'incominciare un disegno conviene sceglierne la scala, ossia il rapporto, che esso deve avere coll'oggetto, cui vogliamo rappresentare. Ciò dà luogo a varii problemi, di cui i principali sono:

1° *Data la dimensione naturale dell'oggetto da disegnarsi, trovare il rapporto o la scala, in cui vuol venire eseguito, affinchè possa essere intieramente contenuto nel quadro o foglio proposto.*

Soluz. *Si dividono le lunghezze reali per quelle del quadro del disegno: il quoziente sarà il denominatore della scala.*

Esempio. Sia la lunghezza reale metri 4.50 e quella del quadro metri 0,50, si avrà $\frac{4,50}{0,50} = 7$ per denominatore della scala; oppure scrivendo in questa forma $\frac{0,50}{4,50}$, si divideranno i due termini per il numeratore e si troverà $^1/_7$ per il rapporto cercato.

2° *Dato il denominatore e la lunghezza grafica, trovare la lunghezza naturale.*

Soluz. *Esso si otterrà moltiplicando la lunghezza grafica per il denominatore della scala.*

Esempio. Una linea, misurata col doppio decimetro sopra un disegno alla scala da 1 a 100, si è trovata di metri 0,855: la lunghezza reale sarà $0{,}0855 \times 100 =$ metri 8,55.

3° *Data una lunghezza naturale e il denominatore della scala, trovare la lunghezza grafica.*

Soluz. *Si troverà dividendo la lunghezza naturale per il denominatore della scala.*

Esempio. La lunghezza naturale di un oggetto è metri 8,25: la sua lunghezza grafica corrispondente alla scala di 1 a 80 sarà $\frac{8,25}{80} =$ metri 0,10312.

4° *Trovare le dimensioni del quadro, che deve rappresentare alla scala dell'* $\frac{1}{25}$ *un piano già disegnato alla scala dell'* $\frac{1}{12}$ *e contenuto in un quadro di metri 0,60 di lunghezza per metri 0,40 di larghezza od altezza.*

Soluz. *Le linee omologhe di due disegni, di cui l'uno sia la riduzione dell'altro, stanno inversamente dei denominatori delle loro scale aventi i numeratori eguali all'unità.*

Esempio. Chiamiamo l ed h i lati omologhi del nuovo quadro, e quelli del quadro dato siano eguali a metri 0,60 e 0,40; allora si avrà $25 : 12 :: 0{,}60 : l = \frac{12 \times 0{,}60}{25} =$ metri 0,288, e $25 : 12 :: 0{,}40 : h = \frac{12 \times 0{,}40}{25} =$ metri 0,192, cioè le dimensioni del nuovo quadro saranno di lunghezza metri 0,288 e di larghezza metri 0,192.

Nello stesso modo si può trovare da qual lunghezza vien rappresentata nel piano ridotto una lunghezza grafica del piano dato.

Per meglio far comprendere la costruzione delle scale grafiche sceglieremo alcuni casi concreti. Sia il metro l'unità di misura e la scala di proporzione di un disegno dato da 1 a 10, cominciando da questa di $\frac{1}{10}$ si avranno i seguenti risultati:

Il decimetro sul disegno	corrisponde a		metri	1	sull'oggetto.
Il centimetro	»	»	»	0,1	»
Il millimetro	»	»	»	0,01	»

Scala di $\frac{1}{20}$

Il decimetro sul disegno corrisponde a metri 2 sull'oggetto.
Il centimetro » » » 0,2 »
Il millimetro » » » 0,02 »

Scala di $\frac{1}{100}$

Il decimetro sul disegno corrisponde a metri 10 sull'oggetto.
Il centimetro » » » 1 »
Il millimetro » » » 0,1 »

Scala di $\frac{1}{200}$

Il decimetro sul disegno corrisponde a metri 20 sull'oggetto.
Il centimetro » » » 2 »
Il millimetro » » » 0,2 »

Scala di $\frac{1}{1000}$

Il decimetro sul disegno corrisponde a metri 100 sull'oggetto
Il centimetro » » » 10 »
Il millimetro » » » 1

Seguitando l'ordine dei numeri si avrà la

Scala di $\frac{1}{10000}$

Il millimetro sul disegno corrisponde a metri 10 sull'oggetto.

Scala di $\frac{1}{20000}$

Il millimetro sul disegno corrisponde a metri 20 sull'oggetto.

Scala di $\frac{1}{30000}$

Il millimetro sul disegno corrisponde a metri 30 sull'oggetto.

293. *Costruzione della Scala grafica.* Per costruire la scala grafica *AB*, quale vedesi ordinariamente in un angolo del disegno, si porteranno sulla retta partendo dall'origine un certo numero di parti eguali alle lunghezze suddette, secondo il denominatore della scala, rappresentanti le unità, le decine e le centinaia di metri: ciascuna di esse poi si suddividerà in parti eguali, che rappresenteranno i metri, i decimetri, ecc. Dall'origine *A* si segneranno quindi a destra una o più decine, le quali si divideranno in modo, che diano le suddivisioni dell'ordine immediatamente inferiore, ossia i metri, i decimetri, i centimetri, ecc. Fig. 3

294. La retta così suddivisa, che dicesi scala grafica *semplice*, offre le lunghezze grafiche corrispondenti alle unità, decine, centinaia di metri reali nella scala di proporzione da 1 a 100, e così con una sola apertura di compasso si potranno misurare lunghezze espresse in decine ed unità di metri.

295. *Costruzione della Scala semplice.* Essa generalmente si compone di due tratti paralleli, dei quali il superiore è finissimo e l'inferiore più forte, come può vedersi negli esempi delle Figure 5, 6 e 7.

Nel caso sopra esaminato riesce facile ottenere esattamente le unità di metri, poichè la lunghezza di ciascuna unità è maggiore di un millimetro. Ma quando le unità fossero minori di un millimetro, riuscirebbe difficile e quasi impossibile il prenderle su di esse. In tal caso si ricorre ad altre scale di differente costruzione, dette *trasversali* o *ticoniche* da Ticone Brahe che ne fu l'inventore.

296. *Scale trasversali in metri.* La loro costruzione diviene facilissima dopo averne veduto qualche esempio. Fig. 8

Costruire una scala nel rapporto da 1 a 250.

Soluz. Per costruire questa scala si comincia dal tirare una linea retta indefinita *AB*, sulla quale prendesi una lunghezza di dodici o sedici centimetri; ora, notando che se il metro a questa scala rappresenta 250 metri, il decimetro ne rappresenterà 25 e il centimetro 2,50, quattro centimetri perciò rappresenteranno dieci metri e dodici centimetri ne rappresenteranno 30: si divide la retta in tre parti, ciascuna eguale a quattro centimetri;

TAV. XVII. Fig. 8, 9

dai punti di divisione si elevano ad essa delle perpendicolari; alle sue due estremità si porta un'altezza di due o tre centimetri, che determinerà i punti C e D: questi punti si uniscono con una retta parallela ad AB; si dividono AC e BD e parimenti AE e CF in dieci parti eguali, di cui ciascuna rappresenterà un metro; i punti di queste divisioni si congiungono con rette parallele alla diagonale EG, che forma con FE il triangolo GEF, nel quale la base GF rappresenta un metro; questo triangolo ne contiene altri più piccoli, le cui basi sono determinate dalle parallele equidistanti, che congiungono i punti di divisione su AC, BD: le basi di questi triangoli rappresentano successivamente da 1 sino a 9 decimetri. Le distanze orizzontali 0, 1, 2, 3, ecc., essendo eguali ad un metro, mn sarà un decimetro. Per la ragione, che mn è parallela a GF, i due triangoli mEn e GEF sono simili, e somministrano la proporzione $En : EF :: mn : GF$. Ma En secondo la costruzione della scala da noi seguita è il decimo di EF, dunque mn sarà il decimo di GF; quindi se $0^m,1$ fosse una lunghezza di 10 metri, mn sarebbe quella di un metro, e così va dicendo.

Si numerano quindi le divisioni portate sul lato EA, che rappresentano i metri, partendo dal punto E e andando da destra a sinistra coi numeri 0, 1, 2, 3, ecc. sino a 10; le divisioni sulla perpendicolare EF, che rappresentano i decimetri, si numerano a partire da E nello stesso modo, e le grandi divisioni, che rappresentano le decine di metri, si numerano da sinistra a destra, partendo cioè dal punto E e andando verso B, coi numeri 0, 10, 20, 30, e si avrà così una scala, che potrà dare metri 10, 20, 30, 40, ecc., secondo il bisogno. La scala è così terminata, e mediante le sue divisioni ed annotazioni somministra il mezzo di prendere la lunghezza delle linee, di un numero qualunque di unità o di frazioni di unità.

297. *Uso e applicazione delle scale ticoniche.* Volendo per esempio prendere sulla scala di 1 a 250 una lunghezza di $15^m,60$, si osserverà anzi tutto, che la distanza voluta contiene frazioni di metri; se si aprisse il compasso di maniera, che una sua punta cadesse sul numero 5 e l'altra sul numero 10, si avrebbe la decina più le unità, che farebbero 15 metri; ma essendovi altresì 60 centimetri, sarà necessario portare le punte del compasso fino alla sesta divisione orizzontale sulla inclinata segnata 60, e così si avrà appunto la lunghezza domandata. Lo stesso si farebbe, se si volesse una distanza di metri 22, 80 : si aprirebbe il compasso dalla linea verticale segnata 20 alla linea inclinata segnata 2, e si avrebbero le decine e le unità, ma per avere la frazione centimetri 80 la si prenderà sulla linea segnata 80, come indicano le linee punteggiate sulla medesima. Un operatore alquanto esercitato potrà suddividere a vista le distanze verticali, e in conseguenza prendere anche i centimetri od altre parti almeno per approssimazione.

298. *Approssimazione delle scale ticoniche.* La stessa costruzione sarebbe applicabile alle scale nel rapporto di 1 a 25 e di 1 a 500, ed a qualsivoglia altra colla differenza, che nella prima $0^m,04$ rappresentano un metro, $0^m,4$ dieci metri e $1^m,0$ venticinque metri, e nella seconda $0^m,002$ rappresentano un metro, $0^m,02$ dieci metri e $0^m,1$ cinquanta metri.

Se si volesse ottenere frazioni più piccole dell'unità principale, basterebbe tracciare un maggior numero di linee parallele; ma si badi di non moltiplicarle di troppo, giacchè in tal caso l'approssimazione grafica diventerebbe illusoria a motivo della grossezza stessa dei tratti.

Per mezzo dei seguenti dati si potrà riconoscere facilmente, quali siano le unità dell'ordine inferiore, che possono essere rappresentate in una scala qualunque, supponendo che le più piccole divisioni non siano minori di un millimetro.

Per le scale di			
Per le scale di 1 : 1	ad 1 : 10	l'unità dell'ordine più basso è di metri	0,01
» 1 : 10	» 1 : 100	» »	0,10
» 1 : 100	» 1 : 1000	» »	1,00
» 1 : 1000	» 1 : 10000	» »	10,00
» 1 : 10000	» 1 : 100000	» »	100,00

299. *Classificazione delle Scale.* Le scale grafiche si classificano in rapporto alla natura delle unità, che ne rappresentano le suddivisioni; così, se queste rappresentano mi-

sure metriche, si hanno *scale metriche*, se rappresentano trabucchi, multipli o sottomultipli di questi, si hanno *scale a trabucchi, piedi*, ecc.

300. Dopo che per buona ventura delle matematiche venne adottato il sistema decimale, come il più ovvio e ragionevole, una scala presenta il vantaggio di poter cambiare denominazione, senza che cambino le sue proporzioni: a ciò ottenere non si richiede altro che scrivere le cifre indicanti le diverse quantità dando loro un valore dieci, cento, ecc., volte maggiore o minore, vale a dire aggiungendo o togliendo uno o più zeri. Ciò si scorge dalla Fig. 8, chè traslocando i zeri lungo la retta *EF* essa diventa una scala di 1 a 25.

Lo stesso avviene nelle scale di $\frac{1}{20}$, di $\frac{1}{200}$ e di $\frac{1}{2000}$ e di $\frac{1}{20000}$ di eguale costruzione.

Così la scala di $\frac{1}{100}$ nella quale un centimetro rappresenta un metro, è uguale a quella di $\frac{1}{10}$, ed allora il decimetro rappresenta 1 metro; alla scala di $\frac{1}{1000}$ il millimetro rappresenta 1 metro, il centimetro 10 e il decimetro 100 metri, a quella di $\frac{1}{10000}$ il millimetro corrisponde a 10, il centimetro a 100, il decimetro a 1000 metri, e così via. Perciò una scala, a mo' d'esempio, di $\frac{1}{250}$ può servire per iscala di $\frac{1}{25}$, di $\frac{1}{2500}$ di $\frac{1}{25000}$, ecc., e mediante il doppio decimetro si può costruire qualsiasi scala.

301. *Scale non aventi per numeratore l'unità, e contenenti al denominatore fattori differenti da 2 e da 5.*

Le scale generalmente adottate sono sempre frazioni aventi per numeratore l'unità e per denominatore un numero formato dai soli fattori 2 e 5, e ciò si fa per avere esattamente in decimali quella lunghezza della scala, che rappresenta una lunghezza naturale qualsivoglia data. In alcuni casi però si adottano scale aventi per numeratore un numero diverso dall'unità, e per denominatore numeri formati dai fattori primi, diversi da 2 e 5; in questo caso si costruirà la scala grafica trovando da che cosa è rappresentato un multiplo d'unità di un ordine immediatamente superiore a quello delle minime unità valutabili colla scala grafica semplice, e spingendo la divisione ad un punto tale, per cui la lunghezza, che si porta sulla retta indefinita per fare la scala, sia esatta fino ai diecimillimetri. O meglio ancora si procurerà di ridurre in iscala un numero tale delle accennate unità da fare sparire i fattori primi, diversi da 2 e 5, che rendono impossibile l'esatta divisione. Un esempio renderà chiara la cosa e servirà di guida per procedere alla costruzione di siffatte scale.

Volendo dunque costruire una scala metrica del $\frac{3}{3500}$, il cui denominatore contiene il fattore 7 diverso da 2 e 5, converrà ridurre in iscala una lunghezza, che sia esattamente divisibile per 7, per esempio, 140^m. e si otterrà la lunghezza grafica che li rappresenta cioè $10^m \times \frac{3}{3500} = \frac{42}{350} = 0^m.12$. Questa lunghezza di $0^m,12$ si divida in 14 parti eguali e si avranno i Decametri; prendendo sul suo prolungamento da sinistra a destra sei di queste divisioni si avranno nel totale due Ettometri, e conducendo le trasversali si potranno anche avere i metri.

302. Talvolta però si esprimono le scale sotto una forma concreta, e si dice 12 centimetri, o 15 centimetri, o 28 centimetri, o 145 millimetri per un metro. Per costruire la prima si prenderà una linea della lunghezza di 12 centimetri, la si dividerà in dieci parti eguali, e si avranno i decimetri; si dividerà ciascuno di questi in altre dieci parti eguali, e si avranno i centimetri. Nello stesso modo si opererà per qualunque altra simile.

Tavola dimostrativa dei Rapporti usati nelle applicazioni delle Scale secondo i varii bisogni e le varie circostanze.

SCALE USATE NEI PIANI E NELLE CARTE

	SCALE	
PIANI — Scale usate pei disegni architettonici industriali e simili costruzioni	$\frac{1}{1}$ o 1^m, per 1^m	Per disegni delle sagume, profili e particolari di costruzioni dei varii lavori per gli operai, che li debbono eseguire.
	$\frac{1}{2}$ o $0^m,5$ por 1^m	Per gli utensili o le piccole parti delle macchine, per le parti delle porte, e simili.
	$\frac{1}{5}$ o $0^m,2$ per 1^m	Per le piccole macchine od apparati, come martinetti (*crics*), trapani, freni, porte, epistomii (*robinet*), calcese Bozzelli, ferramenta di porte, taglio delle pietre, e simili.
	$\frac{1}{10}$ o $0^m,1$ per 1^m	Per le macchine d'una grandezza media, come organi, parti mobili in generale, lavori da falegname, da scalpellino, e simili.
	$\frac{1}{20}$ o $0^m,05$ per 1^m	Per le macchine che contengono molte parti o molti organi, come le trombe da incendio, le macchine fisse e locomobili a vapore, gli sviluppi dei tagli delle pietre, e simili.
	$\frac{1}{50}$ o $0^m,02$ per 1^m	Per le macchine idrauliche, molini, macchine pei battelli a vapore, ponti, piccoli edifizi, in generale pei disegni che non eccedono 25 metri nella loro massima dimensione.
	$\frac{1}{100}$ o $0^m,01$ per 1^m	Per gli edifizi civili o militari o industriali, od altri disegni, le cui lunghezze totali sono da 25 a 50 metri.
	$\frac{1}{200}$ o $0^m,005$ per 1^m	Per i profili trasversali delle strade e dei canali, dei progetti architettonici di qualche estensione.
	$\frac{1}{500}$ o $0^m,002$ per 1^m	Per piani dei comuni, possessi rurali, ville o caseggiati, e simili.
	$\frac{1}{1000}$ o $0^m,001$ per 1^m	Per profili longitudinali delle strade e dei canali, argini e simili.
CARTE — TOPOGRAFICHE	1 a 1000	Piani per progetti speciali. — Piani per l'accampamento d'un Battaglione o Reggimento usati nell'arte militare.
	1 a 2000 sino a 10000	Piani circostanziati delle città, villaggi, piazze da guerra e tracciamenti d'opere di fortificazione campale. — La scala di 1 a 2500 è riconosciuta conveniente per il catasto: ogni metro è rappresentato da $0^m,0004$.
	1 a 5000 sino a 10000	Piani topografici d'un paese di media estensione. — Piani di accampamento d'una divisione d'esercito. — Piani di un campo di manovre per corpi di truppa. — Piani di posizioni militari, d'itinerarii. — Piani topografici delle piazze da guerra. — Progetti in massima di strade, canali, ecc. — La scala di 1 a 10000 è quella adottata per la levata colla tavoletta dagli Ufficiali di Stato Maggiore nell'esercito italiano.
	1 a 1500 sino a 40000	Piani di ricognizione d'un paese in tempo di guerra. — Piani di battaglie, combattimenti e movimenti d'eserciti. — Piani di accampamento di un esercito intiero. — La scala di 1 a 15000 è d'ordinario il limite delle levate topografiche regolari.
	1 a 50000	Carta topografica di un piccolo Stato. — Carta delle linee difensive con forti, campi e posizioni trincerate. — Carta grande degli antichi Stati Sardi di terraferma in 91 foglio.
	1 a 8000 sino a 100000	Carte topografiche per le operazioni da guerra, marce e traslocazioni d'un esercito. Le carte topografiche della Francia e della Prussia Renana sono alla scala di 1 a 80000. Quella del Lombardo-Veneto è alla scala di 1 a 86400, e quella della Svizzera, tracciata sotto la direzione del generale Dufour, alla scala di 1 a 10000. — La scala di 1 a 100000 è il limite massimo delle carte topografiche.
CARTE — COROGRAFICHE	1 a 200000 sino a 260000	Carte corografiche di uno Stato. — Carte generali di varii confini colle linee strategiche ad essi relative. — La carta degli antichi Stati Sardi di terraferma in 6 fogli è alla scala di 1 a 250000; come pure la carta dell'isola di Sardegna del generale La Marmora.
	1 a 50000 sino a 500000	Carte itinerarie di un paese. — Carta generale di un teatro d'operazioni. — La carta degli antichi Stati Sardi di terraferma in un sol foglio è alla scala di 1 a 5000000. — La scala di 1 a 800000 è il limite massimo delle carte corografiche.
CARTE — GEOGR.	1 a 1000000 1 a 2000000 e al disopra	Carte geografiche d'una o più parti del globo.

Per maggior comodo dei disegnatori usasi costruire scale a varii rapporti su lastre di ottone ed avorio. TAV. XVIII.

Si formino per esercizio le scale tecniche di $\frac{1}{10}$, *di* $\frac{1}{20}$, *di* $\frac{1}{50}$, *di* $\frac{1}{100}$, *di* $\frac{1}{150}$, *di* $\frac{1}{200}$, *di* $\frac{1}{250}$, *di* $\frac{1}{300}$.

ARTICOLO VI.

Studio delle Proiezioni del Punto, delle Linee, delle Superficie e dei Solidi.

303. Gl'ingegneri, gli architetti, i costruttori di macchine, di strumenti di precisione, ecc., si servono, per rappresentare gli oggetti d'arte, dei disegni geometrici, sui quali prendono le loro misure. Tali disegni si costruiscono con processi particolari, la cui esposizione è l'oggetto della geometria descrittiva, essendochè questa parte delle matematiche insegna a rappresentare un corpo solido o in generale una figura, che non è piana, con due o più figure piane, ordinariamente riunite sul medesimo disegno, onde si può riprodurre esattamente l'oggetto rappresentato, e che si dicono *piani geometrici* o *di proiezione*. Chiamansi *proiezioni orizzontali* quelle, che si trovano sopra una retta o un piano orizzontale; *proiezioni verticali* quelle, che si riferiscono ad una linea o ad un piano verticale, e *proiezioni oblique* quelle, che formano un angolo con questi.

304. I due piani orizzontale e verticale diconsi *piani di proiezione*, e la loro comune intersezione, cioè la linea che li separa, chiamasi *linea di terra*, la quale noi supporremo sempre parallela ad uno dei lati del foglio di disegno.

305. Le perpendicolari, che determinano le proiezioni, diconsi *linee proiettanti*.

306. La proiezione orizzontale si dice ordinariamente *pianta* od anche *iconografia*.

307. La *proiezione verticale* si chiama anche *elevazione*; trattandosi di un edifizio è detta *ortografia esterna* se ne rappresenta la facciata; *spaccato* od *ortografia interna*, se ne rappresenta la sezione fatta da un piano segante verticale.

308. Le proiezioni di un poliedro variano, secondo che varia la posizione, in cui lo si vuol proiettare rispetto ai loro piani, epperciò possono essere parallele ad un piano ed oblique all'altro, oppure oblique ad ambidue.

309. *Proiezione d'un punto.* Sia *ABCD* un piano orizzontale, che rappresenta, per esempio, la tavola su cui si disegna, e *ABEF* un piano verticale, ossia perpendicolare al piano orizzontale (nella guisa della parete d'una camera rispetto al pavimento) e la retta *BA* la intersezione dei due piani, cioè la linea di terra. Sia ora *O* un punto qualunque posto nello spazio, di cui si vuol ottenere la rappresentazione sul disegno. Fig. 1

Se da questo punto *O* si abbassa una perpendicolare *Oo* sul piano orizzontale *ABCD*, il punto d'intersezione *o* od il piede di questa è ciò che chiamasi *proiezione orizzontale* del punto dato; e se dal punto *O* si abbassa una perpendicolare *Oo'* sul piano verticale *ABEF*, il piede *o'* di essa ne sarà la *proiezione verticale*.

Si traccino queste perpendicolari *on* ed *no'* nei piani di proiezione parallele e rispettivamente eguali alle prime *Oo'* ed *Oo*, e si avrà il punto *rappresentato in disegno*.

310. Risulta da questo principio, che, allorquando le due proiezioni d'un punto sono date, esso è determinato dal punto d'incontro delle due perpendicolari sui due piani di proiezione.

Siccome nel disegno non si ha che una sola superficie, cioè il foglio di carta, e per conseguenza non si può operare che su d'un solo piano, si convenne di supporre il piano orizzontale sviluppato sul prolungamento del piano verticale, o viceversa, facendo descrivere ad uno di questi attorno alla linea di terra, quale asse, un quarto di circolo, come indica la Figura *FEDC*.

311. La Figura *EFCD* rappresenta il disegno, nel quale i due piani di proiezione sono riuniti su di uno stesso foglio o su di una stessa superficie, e divisi dalla linea *AB*. Fig. 4

TAV. VIII. In questa pratica trasformazione dei piani geometrici i punti *o* ed *o'* rappresentano le proiezioni orizzontali e verticali del punto dato. I principianti, per potersi fare un'idea chiara delle proiezioni costruendo praticamente quelle dei punti, delle linee e delle superficie, costruiranno le Figure di questa Tavola servendosi ora dello sviluppo per costruire le proiezioni nell'angolo diedro, ora delle proiezioni per costruirne lo sviluppo come lo indicano le uguaglianze scritte accanto a ciascuna Figura. È da osservarsi: 1° che questo punto si trova sulla medesima perpendicolare della linea di terra, perchè nello sviluppo del piano verticale la retta *no'* forma il prolungamento della retta *no*; 2° che la linea *no'* indica la distanza dal punto dato al piano orizzontale, nella stessa maniera che la linea *on* indica la distanza da esso al piano verticale; 3° che se col pensiero si eleva nel punto *O* una linea verticale, su cui si porta la lunghezza *no'*, si avrà esattamente la posizione nel punto *O* dato precedentemente. Da quanto si è detto possiam conchiudere, che un punto od una linea sono determinati dalle loro proiezioni.

Fig. 2, 3 **312.** *Proiezione d'una linea retta.* Se in generale si abbassano da più punti, presi sopra una linea data, delle perpendicolari ai due piani *ADCB* e *ABFE*, le linee, che uniscono i piedi di queste su ciascun piano, saranno le proiezioni della data. Quando la linea data è retta, basta conoscere le proiezioni dei punti, da cui essa vien determinata.

Sia *MO* una retta perpendicolare al piano di proiezione orizzontale e per conseguenza parallela al verticale: per avere la sua proiezione su questo ultimo bisogna abbassare le perpendicolari *Mm'*, *Oo'* ed unire i punti *m'* ed *o'*: la proiezione *m' o'* è eguale alla retta stessa. La sua proiezione orizzontale poi si riduce ad un solo punto *m''*, perchè essa si confonde colla perpendicolare *Mm''* abbassata da uno dei suoi punti sul piano orizzontale.

Fig. 5, 6 **313.** Quando nel disegno i due piani di proiezione sono sviluppati, come nelle Figure 5 e 6, le proiezioni orizzontale e verticale della retta data sono determinate dalla retta *om* nella proiezione orizzontale, o dal punto *o'* nella verticale. Tanto in un caso quanto nell'altro le sue proiezioni si trovano su d'una medesima perpendicolare alla linea di terra.

Se la retta fosse contemporaneamente parallela ai due piani geometrici, le due proiezioni sarebbero parallele alla linea di terra.

Fig. 7, 8, 10, 11 **314.** *Proiezione di una linea curva.* Sia *ABCDEFG* una linea curva: la sua proiezione si avrà, sia sul piano orizzontale sia sul verticale, abbassando da varii punti presi su di essa delle perpendicolari *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd*, *Ee*, *Ff*, al piano verticale, e delle perpendicolari *Aa'*, *Bb'*, *Cc'*, *Dd' Ef'*, *Fe'*, al piano orizzontale: la riunione di queste due proiezioni dà un'idea perfetta della curvità della linea, la quale si costruirà facendo passare una curva pei varii punti d'incontro delle perpendicolari elevate ai due piani.

Fig. 9, 12 **315.** *Proiezioni delle superficie piane.* Tutte le superficie piane essendo limitate da linee, le loro proiezioni si determineranno per mezzo di quelle che formano il loro perimetro; perciò, quando si sa determinare la proiezione delle linee, sarà facile il rappresentare una superficie qualunque sui piani di proiezione. Basterà infatti operare come abbiamo insegnato per esse: abbassare da ciascun vertice degli angoli o punti d'intersezione delle rette *Qq*, *Mm*, *Oo*, *Pp*, delle perpendicolari su ambi i piani geometrici, indi riunire successivamente i loro piedi per ottenere, ad esempio, la proiezione della superficie del quadrato *QMOP*, il quale essendo parallelo al piano orizzontale, proietta su questo una figura simile a se stesso, e trovandosi perpendicolare al piano verticale, la sua proiezione su questo è una linea retta *po*.

Il contrario succederebbe, se il quadrato si trovasse parallelo al piano verticale, nel qual caso la sua proiezione sarebbe su questo un quadrato eguale a lui stesso, o sul piano orizzontale una linea retta, eguale al lato del quadrato nello sviluppo, sempre parallelo alla linea di terra *AB*.

Fig. 1, 2 **316.** Nello stesso modo si opererà per avere le proiezioni d'un esagono *MOPQRS*, parallelo al piano orizzontale e perpendicolare a quello verticale, o di un poligono qua-

lunque, e quando in una figura regolare trattasi di determinare la proiezione del centro o della linea di simmotria, che divide la superficle in due parti eguali. TAV. XIX. Fig. 4

317. *Proiezione di un Circolo.* La proiezione dei circoli e di tutte le figure curvilinee si fa identicamente come quella delle figure rettilinee, supponendo le primo inscritte o circoscritte alle seconde. S'immagini infatti il circolo *MQPO* inscritto e circoscritto a due quadrati, *o* si avranno otto punti della sua circonferenza: abbassate dai medesimi tanto perpendicolari ai due piani, esso determineranno otto punti, pei quali devo passare la proiezione della sua circonferenza nel piano verticale. Se il circolo fosse parallelo a questo, osse otto linee di proiezione si ridurrebbero in cinque nell'orizzontale, formando una sola retta, *qmo*, la quale sarà la proiezione orizzontale del circolo. Lo sviluppo il dimostra abbastanza chiaramente. Fig. 2, 3, 5, 6

318. Quando invece il circolo fosso parallelo al piano orizzontale, la sua proiezione su questo sarebbo un circolo *opmq*, eguale a lui stesso, e sul piano verticale una linea retta, *mor*.

Quanto si è detto finora pare sufficiente per far comprendere agli alunni, che cosa s'intenda per proiezioni di un punto, di una linea e d'una superficie qualunque, o il modo di considerarle relativamente ai piani geometrici e fra loro. Perciò d'ora in avanti, invece di rappresentare l'angolo diedro formato dai due piani geometrici, indicheremo solamente lo sviluppo di questi ultimi. A maggiore schiarimento diamo ora qualche esempio sotto forma di problema.

319. *Rappresentare un rettangolo* ABCD: 1° *parallelo al piano verticale ed obliquo all'orizzontale, formante con questo un angolo di* 16°; 2° *obliquo ai due piani e formante col verticale un angolo di* 60°. Fig. 7

Soluz. Sia la retta *Aa''* la linea di terra, che divide i due piani; si faccia nel punto *A* un angolo uguale al dato, cioè di 16°, e sul suo lato si porti il lato *AB*, formando un rettangolo *ABCD* uguale al dato; abbassando poi le perpendicolari *Bb'*, *Cc'*, *Dd'*, *Aa'*, alla linea di terra, si avrà la proiezione orizzontale del rettangolo rappresentata dalla linea *b'c'a'd'*. Prolungata quindi la *b'd'* fino in *a''*, si formi in questo punto un angolo di 60° uguale al dato; trasportati i punti *a'* e *c'* da *a''* in *c''*, i punti *a'* o *b'* da *a''* in *b''* o i punti *a'* o *d'* da *a''* in *d''*, si alzeranno le perpendicolari *b''b'''*, *c''c'''*, *d''d'''*; condotto finalmente le rette *Cc'''*, *Dd'''*, *Bb'''*, *Aa'''*, parallele alla linea di terra, nei loro rispettivi punti d'incontro collo verticali o perpendicolari a questa esse determineranno la proiezione obliqua ai due piani.

320. *Rappresentare la proiezione d'un pentagono regolare:* 1° *parallelo al piano verticale ed obliquo all'orizzontale, formante con quello un angolo di* 18°; 2° *obliquo ai due piani e formante col verticale un angolo di* 50°. Fig. 8

Soluz. Si descriva il pentagono *ABCD* in modo, che la retta, la quale unisce il centro col vertice dell'angolo *A*, formi colla linea di terra *LE* un angolo di 72°, cioè uguale alla somma del dato colla metà dell'angolo al perimetro del poligono, vale a dire 18+54=72°; dai punti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, s'abbassino tante perpendicolari alla linea di terra, ed esse daranno la retta *c'a'e'* per proiezione orizzontale del pentagono. Prolungata poi la retta *a' c'* fino in *e''*, si formi un angolo di 50°; si faccia *c''*, *a''*, *e''*, uguale a *e'a'e'*, che è la proiezione orizzontale del pentagono posto obliquamente; condotte dai punti *e''*, *a''*, *e''*, delle perpendicolari e pei punti *A'*,*B'*,*C'*,*D'*,*E*, delle parallele alla linea di terra, queste ultime, incontrando le prime nei punti *a'''*, *b'''*, *c'''*, *d'''*, *e'''*, formeranno la proiezione obliqua del pentagono *ABCDE* sui due piani geometrici.

321. *Rappresentare la proiezione d'un circolo:* 1° *parallelo al piano verticale e perpendicolare all'orizzontale*; 2° *obliquo al piano verticale e formante con esso un angolo di* 60°, *e perpendicolare al piano orizzontale.* Fig. 9

Soluz. Abbiamo veduto al N° 315, che la proiezione verticale d'un circolo parallelo al piano geometrico è un circolo eguale al dato. Sia dunque *ABCDefghilmn* il circolo dato e la sua proiezione verticale; si avrà la sua proiezione orizzontale dividendo la

TAV. XIX. circonferenza in un certo numero di parti nei punti o, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, e abbassandone tanto perpendicolari alla linea di terra, le quali formano una retta *og* ad essa parallela; si conduca una linea *o'' g'* uguale ad *o' g'*, la quale faccia colla linea di terra un angolo uguale al dato, ed essa è la direzione del piano verticale; si portino su questa retta tutti i punti di proiezione *o'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*, *g'*, indi s'innalzino da questi delle perpendicolari alla linea di terra, ed esse incontrando le rette parallele a questa, che passano per gli stessi punti, determineranno la proiezione del circolo nei punti *o''*, *b''*, *c''*, *d''*, *e''*, *f''*, *g''*, *h''*, *i''*, *l''*, *m''*, *n''*.

Fig. 10 **322.** *Determinare la proiezione del poligono stellato* ABCDEFGHILMN: 1° *parallelo al piano verticale e perpendicolare all'orizzontale*; 2° *obliquo al piano verticale e formante con esso un angolo di 52°.*

Soluz. Si abbassino da tutti i vertici tante degli angoli salienti quanto dei rientranti, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *L*, *M*, *N*, delle perpendicolari alla linea di terra, e si prolunghino tanto che incontrino la retta *ms*, la quale rappresenta la distanza del poligono dal piano, che è rappresentato dalla retta *LD*: si avranno sulla *ms* i punti *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *s*, i quali saranno le proiezioni degli angoli del poligono; indi operando nel modo come pel circolo, si otterrà facilmente la Figura *abcdefghi* quale proiezione del poligono cercata. Nella stessa maniera si procederà per formare la proiezione d'una figura qualunque, regolare ed irregolare, rettilinea, curvilinea o mistilinea.

ARTICOLO VII.

TAV. XX. **Proiezioni dei Solidi o Poliedri, Tratti di forza.**

Fig. 1 **323.** *Tracciare le proiezioni orizzontale e verticale di un cubo dato.*

Soluz. Benchè ordinariamente nelle Tavole di disegno, che contengono un gran numero di figure, non sia tracciata la linea di terra, tuttavia non si deve mai perdere d'occhio la sua posizione, come quella che divide la proiezione verticale dalla proiezione orizzontale di ciascuna figura.

Un cubo ha due facce opposte, le quali sono rispettivamente parallele ai due piani di proiezione, epperciò proiettano sopra di essi due quadrati *AB'' BB'* ed *ABCD* uguali fra loro ed alla faccia del cubo dato. Infatti abbiam veduto nelle proiezioni delle superficie, che, allorquando una figura è parallela al piano verticale, la sua proiezione su questo è una figura eguale alla superficie proiettante, e sul piano orizzontale una linea retta. Ora nel cubo si hanno le facce rispettivamente parallele ai due piani geometrici o di proiezione, ed inoltre queste facce sono quadrati eguali e perpendicolari fra loro ed ai piani; dunque tanto la proiezione verticale quanto la orizzontale saranno due quadrati *AA'' BB'* ed *ABCD*, i cui lati si trovano perpendicolari alla linea di terra.

Da quanto si è detto sopra, per disegnare un cubo, di cui si ha il modello, basterà conoscere uno de' suoi spigoli; essendo poi questi tutti eguali fra loro, si avrà cura di disporre le figure in maniera, che riescano parallele o perpendicolari ai piani geometrici per evitare le proiezioni oblique, le quali non darebbero la vera figura dell'oggetto; si traccierà un quadrato *AA'' BB'*, il quale abbia il lato eguale a quello del dato, badando di disporre i lati *AB* ed *AB'* paralleli alla linea di terra, e si compirà il quadrato per mezzo delle linee *A'A''* e *BB'* perpendicolari alla medesima. Ripetendo la stessa operazione al disotto di essa si avrà il quadrato *ABCD*. Il primo è in proiezione verticale ed il secondo in orizzontale corrispondente.

324. *Dei Tratti di forza.* I disegni debbono o venire ombreggiati e rimanere a semplici contorni. In questo ultimo caso si convenne di segnare per mezzo di linee più forti i contorni delle superficie, che, prive di luce, s'immaginano ombreggiate; queste

linee più appariscenti, più grosse e più nere, si dicono *tratti di forza*. Mercè tali indicazioni il disegno parla meglio agli occhi, e vi si possono distinguere le parti convesse o salienti dalle rientranti o concave. TAV. XX.

A tal fine si suppone, che gli oggetti illuminati ricevano la luce da un fascio di raggi luminosi paralleli fra loro ed aventi tutti, da sinistra a destra, la direzione della diagonale del cubo, cioè formanti un angolo di 45° colla linea di terra, ch'è a dire tanto col piano verticale quanto coll'orizzontale, od in altri termini coi piani di proiezione, come vedesi indicato dalle piccole frecce nelle Figure 1, 2, 3, 4, 5, della presente Tavola.

325. La vera inclinazione dei raggi luminosi per rapporto ai piani di proiezione si è, che essi non rimangano assolutamente inclinati a questi di 45° come nelle proiezioni, ma che facciano un angolo minore. La cosa sarà evidente quando si consideri, che la diagonale del cubo è uguale alla diagonale del rettangolo, il quale avesse per lati il lato e la diagonale di una sua faccia. Pei corpi rotondi, i cui limiti non sono segnati da spigoli, ancorchè privi di luce, non si faranno le linee tanto forti come quelle che indicano spigoli vivi; così si distingueranno più facilmente i corpi terminati da superficie piane da quelli terminati da superficie curve.

326. Con una squadra di 45° o isoscele e un po' d'abitudine si potrà determinare facilmente le parti di un disegno, che vanno segnate col tratto di forza, ritenendo: 1° che le linee rappresentanti parti rilevate alla sinistra dell'osservatore vanno sempre segnate fine, perchè illuminate; 2° che le linee indicanti parti salienti alla sua destra sono sempre prive di luce, e perciò vanno segnate forti; 3° che le linee indicanti parti concave alla sua sinistra sono sempre forti; 4° che sono debeli quelle alla sua destra designanti parti salienti o rilevate.

327. *Proiezioni orizzontale e verticale di un prisma quadrangolare* o *parallelepipedo.* Fig. 2

Soluz. Al disotto della linea di terra si forma un rettangolo $ABDC$, il quale abbia i lati eguali a quelli della base del prisma dato; prolungati i lati AC e BD perpendicolarmente alla medesima linea, in questo caso dunque alla retta EF, si taglino nei punti G ed H, cioè ad una distanza eguale all'altezza del prisma dal punto E, poi, compito il rettangolo $EFGH$, si avrà la domandata proiezione verticale.

328. *Proiezioni orizzontale e verticale di un prisma triangolare retto.* Fig. 3

Soluz. Determinata la linea di terra AB, si formi sotto di essa il triangolo, che deve servire di base al prisma, in modo che un suo lato $A'B'$ sia parallelo alla retta AB; dai suoi tre angoli A', B', E', s'innalzino delle perpendicolari AC, $E'E'$, BD', che, tagliate nei punti C e D, determineranno la proiezione verticale del prisma. La retta $E'EE''$, che rappresenta lo spigolo nascosto dell'angolo EE', vien formata con una serie di punti equidistanti, e perciò si può sempre distinguere dalle altre linee, che servono alla costruzione delle varie proiezioni.

329. *Proiezioni orizzontale e verticale di un prisma esagonale retto.* Fig. 4

Soluz. Descrivasi l'esagono $ABDFEC$ uguale alla base del prisma dato; da ciascuno degli angoli A, B, D, E, F, C, s'innalzino tante perpendicolari alla linea di terra, di cui quattro si confonderanno insieme essendo parallele e poste sulla stessa perpendicolare a questa linea, e rappresenteranno i varii spigoli; determinata la CC' uguale all'altezza del prisma, si avrà la figura $C''A''B''D''C'A'B'D'$ quale proiezione verticale del prisma retto. Si osservi, che la faccia $A'A''B''B''$ e la sua opposta sono parallele, e le facce $C''C'A'A''$ e $B'D'B''D''$ oblique al piano verticale, ma sempre perpendicolari al piano orizzontale.

330. *Proiezioni orizzontale e verticale di un cilindro retto.* Fig. 5

Soluz. Descrivasi un circolo eguale alla base del cilindro, di cui si vogliono le proiezioni, ed esso ne sarà quella orizzontale; conducasi un suo diametro AB, parallelo alla linea di terra, $A'B'$; si tirino al circolo nei punti A e B due tangenti, che siano perpendicolari a questa stessa linea, e, determinata l'altezza AC', si avrà il rettangolo $ABCD$, il quale sarà la proiezione verticale del cilindro.

331. *Proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide quadrangolare retta.* Fig. 6

TAV. XX. Soluz. Facciasi un quadrato $A'B'CD$ uguale alla base della piramide, il quale abbia un lato CD parallelo alla linea di terra, ed esso sarà la proiezione verticale: tirate le due diagonali $A'D$ e CB, il punto, ove esse si tagliano vicendevolmente, sarà la proiezione del vertice o dell'asse verticale SO; si prolunghino i lati AC e BD perpendicolarmente alla linea di terra nei punti A e B; fatto OS uguale all'altezza della piramide ed uniti i punti A e B con S, si avrà il triangolo ASB, il quale ne rappresenterà la proiezione verticale.

Fig. 7 332. *Proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide pentagonale retta.*

Soluz. Descrivasi un pentagono $ABDEC$ oguale alla base della piramide data; si uniscano per mezzo di rette tutti gli angoli col centro S': essi rappresenteranno le proiezioni dei varii spigoli; innalzate dai diversi punti od angoli A, B, D, E, C, tante perpendicolari alla linea di terra, si avranno i punti C', A', B', D', E; uniti tutti essi punti con S, questo sarà il vertice ed SO l'altezza verticale della piramide. Lo spigolo $S'E$, tanto nella proiezione verticale quanto nella orizzontale, si confonde coll'asse.

Fig. 8 333. *Proiezioni orizzontale e verticale di un cono retto.*

Soluz. La proiezione orizzontale del cono non differisce da quella del cilindro, perchè, la sua base essendo un circolo parallelo al piano orizzontale, la sua proiezione su questo sarà pure un circolo eguale al primo. Quella del suo vertice sarà un punto S': da questo punto s'innalzi una perpendicolare alla linea di terra; determinata l'altezza dell'asse SI, si uniscano i punti A e B col punto S, e si avrà, come nel cilindro, il triangolo ABS quale proiezione verticale del cono retto. Da questo esempio si vede chiaramente, che una sola proiezione non è sufficiente per dare un'idea chiara della forma del cono, ma che ce ne vogliono almeno due, e sovente è indispensabile l'averne anche di più.

TAV. XXI. Fig. 1 334. *Proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide retta quadrangolare tronca da una sezione parallela alla base.*

Soluz. Segnate le due proiezioni come se la piramide fosse intiera, si determini colla retta ab parallela ad AB la base superiore parallela alla linea di terra, ed essa rappresenterà anche la proiezione verticale del quadrato della base superiore, il quale, essendo parallelo al piano orizzontale, sarà un quadrato, il cui lato è ab; perciò abbassando dai punti a' e b' due perpendicolari alla linea di terra e prolungatele bastantemente, esse incontreranno nei punti a, b, c, d, le diagonali, o segneranno le proiezioni degli spigoli; il quadrato $abcd$ sarà poi la proiezione della base superiore.

Fig. 2 335. *Proiezione d'una piramide retta pentagonale tronca con una sezione parallela alla base.*

Soluz. Determinate le due proiezioni verticale ed orizzontale come nei problemi precedenti, si determinerà per mezzo della retta fh, parallela ad AD, il piano della sezione, indi si abbasseranno dai punti f, b, i, h, delle perpendicolari alla retta AD, le quali prolungate al disotto incontreranno le rette AS, BS, CS, DS, ossia la proiezione orizzontale degli spigoli, e nello stesso tempo dermineranno la base superiore parallela alla inferiore. Si avrà il punto g descrivendo col compasso un circolo, che abbia per raggio Sh od Sf, perchè, essendo la base superiore un poligono regolare simile alla base inferiore (N° 102), esso sarà inscrivibile in un circolo, e perciò, avuto un punto ed il raggio, si determineranno gli altri punti o vertici tagliando le rette AR, BS, ecc. nei punti b, f, g, h, i.

Fig. 3 336. *Proiezione orizzontale e verticale di un cono retto tronco con una sezione parallela alla base.*

Soluz. Operando come nei problemi precedenti si otterranno per mezzo della retta CD parallela alla linea di terra i punti C ed E sul diametro $B'A'$, parallelo alla retta BA, il quale sarà il diametro del circolo della base superiore del cono tronco, parallelo all'inferiore.

Fig. 4 337. *Proiezione di un cilindro retto, cavo o concavo, avente una sezione parallela al piano verticale.*

Soluz. Determinate le due proiezioni nella guisa delle Fig. 1, 2, 3, si opererà come nei problemi precedenti, e la sezione sarà determinata dalla retta MO nei quattro punti M, P'', Q'', O.

338. *Spaccati.* Nella maggior parte dei disegni architettonici ed industriali non basta, come si disse al N° 301, rappresentare coi semplici contorni esteriori un oggetto per darne un'idea chiara e precisa della sua struttura a chi deve eseguirne la costruzione. Perciò è quasi sempre indispensabile di farne vedere le parti interne per mezzo di opportune sezioni o spaccati. Ordinariamente questi si fanno passare per l'asse, ma, quando la necessità il richieda, anche in quel punto dell'oggetto, ove si trovano le parti che è d'uopo far conoscere. Sovente pure la sezione si fa passare per una linea a *zig-zag*, affine di dimostrare con una sola tutte le parti necessarie a vedersi. Gli spaccati devono essere sempre paralleli al piano verticale e perpendicolari all'orizzentale. TAV. III.

Affinchè i principianti s'impratichiscano nel rappresentare le parti interne degli oggetti, porremo qui alcuni esempi di sezioni cominciando dalle facili e semplici per poi passare alle più difficili e complicate.

339. *Proiezione d'una porzione di cilindro retto scanalato sulla sua circonferenza.* FIG. 5, 5', 5''

Soluz. Per moltiplicare gli esempi senza soverchiamente aumentare il numero delle nostre Tavole, supporremo che su metà della circonferenza del cilindro le scanalature siano triangolari, cioè formate da tanti triangoli isosceli eguali, e sull'altra quadrate o rettangolari, cioè con per lati linee, che concorrono al centro e talvolta sono parallele al raggio, che passa per il loro mezzo; questo sistema viene impiegato nei movimenti d'orologeria, negli apparecchi contatori, negli strumenti di precisione, ecc. Per stabilire dunque la proiezione orizzontale di questo cilindro si descriverà un circolo con un raggio maggiore del suo; numerate le scanalature, di cui è guernita la sua circonferenza AO, si dividerà questa in un numero di parti doppio di quello di esse scanalature, ciò che riuscirà facile colle regole insegnate per la divisione delle circonferenze (N.198, 199, ecc.). Così, per esempio, avendo il cilindro 24 scanalature, dovrà essere diviso in 48 parti eguali: s'incomincierà dal condurre due rette perpendicolari, AB e CD; fatto centro nell'estremità A o B si porterà sulla circonferenza il raggio AO, che la dividerà in 6 parti eguali, e suddivise queste per metà si avranno 12 punti della divisione; continuando a spartire anche queste per due si avranno 24 punti, e ripetendo la divisione per due si avrà spartito la circonferenza in 48 parti eguali; per tutti questi punti di divisione si condurranno dei raggi concorrenti nel centro O, che divideranno il circolo di raggio OF in altrettante parti eguali. Si determina il fondo delle scanalature colla circonferenza di raggio OE, mentre le estremità sono limitate dalla circonferenza di raggio NF.

Tutte le operazioni, che abbiamo indicato, si possono rapportare tanto alle scanalature triangolari quanto alle rettangolari e quadrate; solamente che nel primo caso si congiungono i punti d'intersezione a, b, c, d, delle circonferenze coi raggi, mentre nel secondo i raggi, che si congiungono colle circonferenze, limitano il contorno delle scanalature.

340. Per disegnare la proiezione verticale del cilindro, allorquando è data la sua altezza $MN = 54^{mm}$, si tracceranno anzi tutto le due rette orizzentali $M'P'$ ed NQ, che limitano il suo contorno esteriore, poi si proietterà ciascuno degli spigoli delle scanalature innalzando dai differenti punti e, f, g, h, ecc., delle perpendicolari alla linea di terra o parallele alla linea verticale OF: tutte queste rette, comprese fra le due basi del cilindro, rappresentano compiutamente gli spigoli delle scanalature apparienenti alla porzione di esso compresa al disopra del diametro MP.

Abbiamo detto più sopra, che due proiezioni non bastano per determinare tutte le parti di un oggetto; infatti possiamo subito vedere nella proiezione di questo cilindro, che una terza figura è necessaria per mostrarne l'interno. Il raggio del circolo $OG = 32^{mm}$, foro praticato nel centro del cilindro, non può essere rappresentato sulle Figure 5 e 6, quindi non si può sapere se esso esiste in tutta la lunghezza di queste e solamente in una parte, e lo stesso si dica della scanalatura mn, che unitamente ad un'altra, che trovasi nell'asse, serve a ricevere una chiave per tener fermo il cilindro nel detto asse, il quale

TAV. XI. non si può vedere in elevazione, e di cui per conseguenza non si conosce la lunghezza.

Ci troviamo dunque nella necessità di supporre il cilindro spaccato nel mezzo secondo la linea *MP*, affine di vedere il suo interno levandone la metà superiore.

341. Questa sezione fa conoscere, che il foro e la scanalatura della chiave, di cui abbiamo parlato or ora, esistono su tutta l'altezza del cilindro, e sono indicati dalle rette verticali passanti poi punti *Gj*, *m'*, *n'*, *Hj'*. Essa indica inoltre, che le scanalature esterne solcano egualmente tutta l'altezza del cilindro, e sono comprese fra le verticali passanti pei punti *M'L* ed *R'P'*. La porzione massiccia del cilindro tagliata dal piano *MP* è indicata nella Figura col tratteggio e con una tinta più o meno oscura, per distinguerla dalle parti, che non sono tagliate. La tinta e la forza dei tratti variano secondo la materia, di cui è composto l'oggetto, che si vuol rappresentare.

342. Giova qui avvertire, che le linee parallele, le quali indicano uno spaccato, vanno sempre inclinate di 45° per distinguerle da quelle, che si tracciano sulla superficie esteriore affine di far meglio spiccare qualche parte saliente o concava.

Le linee *G'H'* ed *I'J'*, che esprimono le basi e l'apertura cilindrica, debbono sempre tracciarsi, come lo indica la proiezione del semicircolo *GmG*, e non ommettersi, come a torto si fa qualche volta, essendo esse linee esistenti, le quali congiungono i punti delle due parti tagliate del cilindro. Questa osservazione s'applica in generale a tutti gli oggetti cavi spaccati sull'asse.

In queste Figure d'applicazione noi abbiamo tenuto conto dei tratti di forza conforme ai principii esposti precedentemente: faremo inoltre osservare, che le linee sono tanto più o meno forti, in quanto appartengono ai piani più o meno vicini all'osservatore.

Così nelle Figure 1, 2, 3, gli spigoli verticali, che passano in *F'* posto nel primo piano, sono sensibilmente più pronunciati che quelli di *PQ* posti nell'ultimo. Così pure negli spaccati i tratti di forza, che passano per gli spigoli limitanti il contorno della Figura, sono più vigorosi degli esteriori: è importante di mettere tutta l'attenzione a queste piccole cose, soprattutto nei disegni complicati, per distinguere una parte dall'altra, e più ancora i diversi piani, cui esse appartengono.

F.4, 5, 6, 6? 343. *Proiezione di un cilindro retto con iscanalature semicircolari, separate da un listello.*

Soluz. La proiezione di questo cilindro essendo identica a quella della Figura 5, crediamo di poterci dispensare dal descriverla minutamente senza punto nuocere alla chiarezza dei disegni. Le colonne negli ordini dorico e ionico sono scanalate in questa guisa.

Le seghe circolari usate nelle grandi officine hanno d'ordinario scanalatnre simili a quelle descritte.

ARTICOLO VIII.

TAV. XXII.

Dell'Elica, della Superficie elicoidale e della Vite.

F.4 1 344. *Elica* chiamasi una curva *ABCDEFGHI* a doppia curvatura generata da un punto, che si muove in due sensi sulla superficie d'un cilindro, elevandosi sempre d'una quantità eguale e proporzionata allo spazio percorso dalla sua proiezione sulla base di questo.

La linea, intorno a cui succedono i movimenti, si dice *asse dell'elica*.

345. La porzione di curva rispondente ad un intiero giro chiamasi *giro dell'elica*, o *spira*.

346. La distanza, che separa le due estremità d'una spira, è detta *passo dell'elica*.

Se il punto generatore si mantiene sempre alla stessa distanza dall'asse, la curva troverà sulla superficie del cilindro; l'elica quindi sarà *cilindrica* e la circonferenza di questo ne sarà la base.

Se invece il punto generatore si avvicina od allontana proporzionalmente dall'asse, la curva vien descritta sulla superficie di un cono circolare e dicesi *elica conica*.

La natura offre nei suoi prodotti molti esempi di eliche, quali sarebbero i convalvuli,

i vilucchi, le viti, le conchiglie, le corna di certi animali, ecc. Le scienze e le arti, studiandone l'indole e la proprietà delle forme, ne hanno fatte varie utili applicazioni nei tiratappi, nei succhielli, nelle viti, ecc.

TAV. XXII.

347. Superficie *elicoidale* chiamasi quella, che si suppone generata da una linea qualunque Aa, la quale si muove lungo l'elica $ABCDEFGHI$, rimanendo nel suo movimento sempre perpendicolare all'asse OZ (1). Fig. 1

348. *Descrivere un'elica cilindrica, indi una superficie elicoidale.*

Soluz. Sia AO il raggio del cilindro, su cui si suppone descritta l'elica, ed esso ne sarà pure il raggio della base. Con questo raggio descrivasi un semicircolo AMN, e lo si divida in un certo numero di parti, per esempio in sette; fissata l'altezza del passo AF, se ne prenda la metà e la si divida nello stesso numero di parti, cioè in sette (2); si conducano tante linee parallele, numerandole coi numeri progressivi corrispondenti a quei della pianta; cominciando dal punto 1 di divisione della circonferenza s'innalzino tante perpendicolari ad AN, lo quali, incontrando le parallele corrispondenti, determineranno l'elica nei punti a, b, c, d, e, f. Se si ripete la medesima costruzione servendosi del circolo, il cui raggio è Oa, si avranno due eliche, che limiteranno la superficie elicoidale.

349. Le *viti* s'impiegano nella meccanica e nelle costruzioni per tenere aderenti due corpi, come mezzo di pressione, e come organo fisso o mobile.

Le viti sono a pane triangolare o rettangolare o semicircolare.

Una vite si dice *a pane* o *verme* o *filo triangolare*, quando è generata per un triangolo isoscele, i cui tre vertici descrivono delle eliche intorno ad un asse dato, posto nello stesso suo piano.

350. La Figura, che qui presentiamo a compimento ed applicazione dello studio delle proiezioni, è la proiezione d'una vite a pane triangolare generata dal triangolo $a' b' c'$, di cui uno dei vertici a' è posto su di un cilindro di raggio aO, e gli altri due appartengono al medesimo cilindro interiore di raggio bL, chiamato *mastio* della vite e concentrico al primo; la differenza fra i raggi aO e bO dà la profondità del filetto ab, che chiamasi *altezza del passo* della vite. Quando la vite è a semplice filetto, come la supponiamo in questa Figura, il passo è uguale alla distanza dei due punti b' e c' o alla base del triangolo. La vite è uguale a due, a tre, a quattro, o a cinque volte la base del triangolo generatore.

Si vedrà da quanto siamo per dire, che una vite a pane triangolare si può tracciare facilmente, bastando per ciò determinare l'elica o le eliche generate dagli angoli del triangolo dato. Fig. 2, 3

351. *Tracciare una vite a pane triangolare colla sua chiocciola.*

Soluz. Sia ao il raggio della vite e bo quello del mastio; con questi due raggi si descrivano dal centro O due semicircoli concentrici, e si dividano in un dato numero di parti eguali, per esempio in sei; determinata l'altezza del passo, la si divida nello stesso numero di parti, indi, condotte pei punti di divisione tante rette parallele alla linea di terra, le quali s'incontreranno colle parallele all'asse condotte dai punti di divisione delle circonferenze descritte nel punto O, si otterranno delle eliche $a'1'2'3'4'5'$; ciò si ripeterà tante volte quanti filetti si vorranno rappresentare sulla lunghezza della vite. Per evitar di ripetere ciascuna volta l'operazione, si usa farsi un modello o sagoma di cartone o di legno sottile, indi, ponendolo sulle divisioni e facendolo coincidere con queste in e', c', a', b', si tracciano le curve parallele, che passeranno per questi punti formando l'elica. In egual modo si opererà per tracciare l'elica sul mastio.

(1) Rimandiamo i lettori alla TERZA PARTE del nostro CORSO per maggiori schiarimenti sul modo di tracciare questo genere di curve, come pure sulla loro descrizione ed applicazione, non avendo avuto altro scopo in questo MANUALE che di darne una semplice idea, sia per esercizio d'applicazione delle proiezioni, sia affinchè quelli, che non istudiano il disegno delle macchine, sappiano come tracciare una spira od una vite.

(2) Se il circolo fosse compiuto, esso verrebbe diviso in 14 parti e la sua altezza sarebbe AE. Noi consigliamo i principianti a descriverlo sempre per intiero, affine di farsene un'idea ben chiara ed esatta.

Tav. III. Si noti bene che queste eliche, le quali terminano il contorno della vite, debbono essere congiunte con rette *ec'*, *ca'*, *ab'*, ecc., qualunque sia la forma del contorno indicato da quelle punteggiato della Fig. 4, le quali sono linee leggermente curve, tangenti alle eliche, che passano pei punti *a* e *b*. Queste curve sono il risultato d'una serie di eliche, generate dai differenti punti dei lati *a' b'* e *d' c'* del triangolo generatore; in pratica però non se ne tiene alcun conto, ma si uniscono con linee rette, come *a' b'* e *a' o'*.

352. Una vite è detta *a filo* o *a verme* o *a pane quadrangolare* allorchè è generata da un rettangolo, i cui lati paralleli appartengono a cilindri retti e concentrici, e gli angoli descrivono delle eliche intorno all'asse di questi.

353. Le *chiocciole* sono viti praticate nell'interno di un corpo e costrutte in modo, che le loro parti salienti corrispondano perfettamente alle parti concave del mastio e corrano in senso inverso. Affinchè i filetti elicoidali della chiocciola siano apparenti, conviene tagliarli con una sezione, che passa per l'asse; in questo modo si avranno le chiocciole *m,n,p,q*, sia a filetto triangolare che quadrato.

354. Quanto al disegnare la chiocciola, la quale non è che una vite cava, i cui filetti salienti corrispondono precisamente ai rientranti delle viti piene, e viceversa, il metodo e la costruzione sono identici a quelli spiegati più sopra, ma per facilitarne la costruzione si suol disporre la sua proiezione orizzontale o il semicircolo *a*36 in senso opposto a quello della nostra Tavola, essendo la chiocciola disegnata colla parte cava verso chi l'osserva, cioè vista in ispaccatura. Perciò, se le eliche della vite vanno da destra a sinistra, quelle della chiocciola andranno da sinistra a destra.

355. In pratica si distinguono le *viti a destra*, cioè quelle, in cui la curva rampante s'eleva da manca a diritta, e le *viti a sinistra*, nelle quali essa curva si eleva da dritta a manca o nel senso dei filetti apparenti della chiocciola.

356. La descrizione rigorosa, che abbiamo dato tanto delle viti a filo triangolare quanto di quelle a filo quadrangolare, viene modificata, quando si tratta di un disegno a piccola scala, o allora i filetti triangolari o quadrangolari si esprimono mediante tante rette parallele inclinate uguali alla metà del pane, come si vede nelle Figure 4 e 5; quando poi il disegno è molto piccolo, s'indicano con semplici linee inclinate comprese fra le altre parallele.

La costruzione delle scale, che servono a stabilire la comunicazione fra i diversi piani delle case, è varia all'infinito, ma quasi sempre si basa sull'applicazione dell'elica più o meno modificata. Il sito o lo spazio per costruirle varia pure col variare dell'importanza e della disposizione delle località, cioè ora è quadrato, ora rettangolare, ora circolare ed ora ellittico; noi qui non tratteremo brevemente che della circolare avente un albero cilindrico nel suo centro, rimandando il lettore alla Seconda Parte del nostro Corso per maggiori schiarimenti non che per gli altri generi delle medesime.

Fig. 1 357. *Applicazione dell'elica alla costruzione delle scale dette* a chiocciola.

La costruzione di questa scala non presenta alcuna difficoltà, quando si abbiano disegnate e ben capite le Figure 1, 2, e 3; essa è formata di una superficie elicoidale colla sola differenza, che qui l'altezza dei giri non può essere arbitraria, ma, dovendo potervi passare sotto liberamente un uomo, bisogna ch'essa non sia minore di metri 2,50, o che le parti, in cui vien diviso il passo dell'elica, le quali saranno pure le spessezze degli scalini, non riescano maggiori di 15 a 16 centimetri, affinchè questi non siano incomodi, regolandosi inoltre in modo, che la larghezza loro nell'asse della scala non sia minore di 16 a 20 centimetri.

Quando la scala è molto stretta, per guadagnare spazio s'usa incominciarla con tre o quattro scalini, i quali non girano insieme agli altri. Le scale vanno munite di sostegni, come ringhiere, balaustrate e simili, che noi ommettiamo per non confondere troppo la Figura.

CAPO IV

ESERCIZI D'APPLICAZIONE.

ARTICOLO I.

Segni e Colori convenzionali generalmente usati nei Disegni architettonici ed industriali. TAV. XXIII.

358. Le cose, che più comunemente accade di dover rappresentare, massime nell'architettura, e che si suppongono sempre in proiezione orizzontale, sono le porte, le finestre, i camini, i forni, le stufe, i fornelli da cucina, i lavatoi, i serbatoi d'acqua per gl'incendii, i pozzi, le pietre che coprono i condotti, i bigliardi, le alcove, lo scuderie, lo scalo, le rimesse, i cessi, ecc., che noi per maggior comodità abbiamo riunito in una sola Tavola.

Questa Figura rappresenta una porta col suo *stipite* (*chiambrana*) od *erta*; il piccolo scalino, che sta sotto lo stipite, chiamasi *soglia* o *limitare*. Fig. 1

359. Una porta semplice si disegna come la prima, ma senza il risalto degli stipiti. Fig. 2

360. Una finestra con lo stipito viene rappresentata come la porta, solamente che in essa si fanno vedere con linee il davanzale ed il parapetto. Fig. 3 Fig. 4

361. *Finestra semplice*. La parte A in una finestra chiamasi *davanzale*, ed è ordinariamente di pietra o di marmo; la parte B, detta *battente*, è destinata a ricevere il telaio formato da quattro regoli ingessati intorno all'apertura della finestra e commessi in quadro, nel quale è conficcato uno dei ferri del *mastietto* a riscontro dell'altro, che è confitto negli *sportelli* o *scuri*. Per un muro, la cui spessezza è di metri 0,50, si fa generalmente A=metri 0,20, B=metri 0,05; la parte C dicesi *strombatura*, ed è uno sguancio nella grossezza del muro ai lati della finestra o della porta, onde l'apertura va allargandosi facendo solitamente C=metri 0,25; il *battente* è per solito di metri 0,05. Così una finestra, che avesse all'esterno una lunghezza di metri 1,20, avrà internamente metri 1,30 di larghezza.

Le dimensioni, che abbiamo accennato per le porte e finestre, sono egualmente adattabili alle proporzioni da darsi alle chiambrane ed ai varii generi d'ornamenti (Vedi la Seconda Parte del nostro Corso).

362. Camino ordinario, rappresentato da un trapezio o da un rettangolo scantonato; il rettangolo A segna la canna del camino del piano inferiore. Fig. 5

363. I camini ornati si rappresentano nella proiezione orizzontale delle colonne, degli stipiti od altri ornamenti che potessero avere (Vedi la Tav. XVII).

364. Le dimensioni, che si danno comunemente ai camini delle case particolari, sono metri 1,20 di larghezza per metri 1 circa di altezza, compresa la spessezza della tavola sui piedritti; la loro profondità nel muro varia da metri 0,24 a metri 0,65.

365. Quando ai camini si sostituiscono le stufe, si usa dar loro la forma di una nicchia semicircolare distante dalla parete da metri 0,03 a metri 0,06, affinchè riscaldino maggiormente la camera e l'aria vi possa circolare; talvolta però si fanno anche rettangolari. Fig. 7

366. *Camino da cucina con forno* A. Le dimensioni dei forni variano secondo la maggiore o minore importanza del loro servizio. Numerose esperienze dimostrano, che, se rapporto alla buona cottura del pane la forma da darsi, sì al suo piano che alla vòlta, è quasi indifferente, non è però così quanto all'economia del combustibile. In generale si adotta la forma d'una semisferoide descritta da una semiellisse, che gira intorno alla metà dell'asse minore. Fig. 8

367. I fornelli da cucina si segnano ordinariamente come un rettangolo avente gli angoli Fig. 9

TAV. XXIII. smussati e contenente nel suo interno diversi altri rettangoli di varie dimensioni con entrovi alcune linee, le quali figurano i ferri delle *gratelle* postovi per sostenere il carbone.

Fig. 10 368. Vasca in pietra o lavatoio.

Fig. 11 369. Pezzo con parapetto in pietra, indicato da una corona circolare.

Fig. 12 370. Pietra, che si pone sui condotti per lo scolo delle acque.

Fig. 13 371. Vasca piena d'acqua.

Fig. 14, 15 372. Il bigliardo s'indica per mezzo di un rettangolo segnando con archi di circolo le buche per le biglie.

Fig. 16 373. Alcova rappresentata da un rettangolo colle due diagonali esprimenti essere la vòlta, che la copre, a padiglione.

Fig. 17 374. Scuderia per tre cavalli: la parte *B* mostra la *greppia* o *mangiatoia*, e le parti *AA* designano gli *stalli* di ciascun cavallo, separati per una sbarra di legno sostenuta da una colonnetta.

Fig. 18 375. Le scale si rappresentano o in forma rettangolare o quadrata o circolare, secondo le circostanze.

Fig. 19 376. Questa Figura indica una rimessa, e il triangolo *ABC* un cavalletto fatto a mo' di leva, col quale si alzano le carrozze per pulirle comodamente.

377. Rappresenta un comune.

378. *Dei Colori.* Sovente nei disegni geometrici, oltre ai segni convenzionali, i quali hanno sempre rassomiglianza colle cose rappresentate, usansi anche, per rendere vieppiù distinte certe parti, colori convenzionali, che somigliano ai colori naturali delle materie, di che sono composti gli oggetti rappresentati.

L'uso però di questi colori si limita a semplici tinte, adoperate tanto nelle piante quanto nelle sezioni o spaccati, per far meglio distinguere le parti piene dalle vuote, le tagliate da quelle che nol sono, e per indicare la diversa natura dei materiali impiegati nella costruzione.

379. I colori, che si usano nel disegno geometrico, sono sempre acque tinte con colori vegetali o prodotti chimici, le quali sono prive di corpo; perciò bisogna evitare in esso l'uso dei colori minerali, i quali vogliono essere adoperati molto densi, non si sciolgono mai nell'acqua e sulla carta producono un pessimo effetto. Quelli si vendono in tavolette appositamente preparati, e sono il rosso *carmino*, il giallo *gomma gutta*, l'azzurro *bleu di Prussia*.

Fig. 20, 21, 22 380. Nell'architettura usasi generalmente il color rosso (*carmino*) per indicare gli edifici o le parti di essi in progetto; il color giallo (*gomma gutta*) per indicare le opere da demolirsi; il color nero (*inchiostro di China*) per indicare le opere eseguite; e talvolta il pavonazzo o viola rossiccio (*carmino* o *bleu di Prussia*) per indicare edifizi in rovina.

Nel rappresentare i diversi piani di un edifizio si darà al primo una tinta più leggera di quella del piano terreno; al secondo una più leggera di quella del primo, e così di seguito; in altri termini, le tinte diminuiranno d'intensità a misura che il piano s'innalza dal suolo.

Fig. 23 Affinchè i giovani principianti si esercitino a distinguere l'indicazione dei colori, li abbiamo riuniti in una sola Figura, che rappresenta una porzione di edificio, nel quale le parti segnate con *A* sono in progetto, quelle segnate con *B* sono da demolirsi, e quelle segnate con *C* esistono già e si lasciano intatte.

La muratura tagliata s'indicherà con una tinta di carmino meno densa di quella della pianta.

La muratura in elevazione si indica generalmente con tinte diverse, secondo la natura dei materiali.

TINTE DIVERSE ESPRIMENTI LE PRINCIPALI MATERIE DI COSTRUZIONE, E LORO COMPOSIZIONE (V. LA TAV. XXIII).

Mattoni ordinarii: tinta *rossastra* composta di carmino e gomma gutta.

Mattoni apiri: tinta *rossastra pallida* composta di gomma gutta e carmino, oppure vermiglione.

Pietra: tinta *grigio verdastra* composta d'inchiostro di China e indaco.

Ferro: tinta *turchina pallida* di bleu di Prussia alterato leggerissimamente con inchiostro di China e carmino.

Ghisa o ferro fuso: tinta *turchina scura* composta come la precedente, ma però vi domina l'inchiostro di China e il rosso.

Acciaio: tinta *turchina rossastra* composta come per il ferro, ma in cui domina più il rosso.

Stagno: tinta *turchina chiara* composta di bleu di Prussia e carmino.

Cuoio: tinta *rossa scura* composta di gomma gutta, carmino e inchiostro di China.

Legno: tinta *giallo rossastra* composta di gomma gutta, inchiostro di China e carmino.

Rame: tinta *rossastra* composta di carmino e gomma gutta.

Bronzo: tinta *gialla scura* composta di gomma gutta, carmino e inchiostro di China.

Ottone: tinta *gialla* composta di gomma gutta.

Acqua dolce: tinta *turchina* leggermente tratteggiata, composta di bleu di Prussia.

Acqua salsa: tinta *leggermente verdastra* composta d'indaco e gomma gutta.

Gomma elastica: tinta *rossastra bruna* composta d'inchiostro di China, carmino e gomma gutta.

Terra: tinta *bruna rossastra* composta d'inchiostro di China, carmino, gomma gutta e indaco oppure terra di Siena.

Mediante questa Tavola e un po'd'esercizio e buon gusto, i principianti potranno facilmente farsi capaci d'imitare le tinte o i diversi colori dei materiali di costruzione, modificandone secondo i casi le materie, l'intensità e la composizione.

381. *Modo di stendere una tinta* o *un colore*. Le tinte si stendono con pennelli di buona qualità, elastici, ben appuntiti; è d'uopo averne un assortimento di parecchie grandezze.

Prima di stendere una tinta qualunque s'abbia cura di ben mescolarla col pennello per renderla omogenea, e smuovere le particelle, che fanno sedimento nella ciotoletta. Se ne prenderà poi col pennello una dose moderata, perchè prendendone troppo non si giungerà mai a stenderla tutta uniforme.

Non s'incomincierà a porre una tinta nel mezzo della superficie, che si vuol colorire, ma, fatti prima i contorni da una parte, si seguirà a stenderla con regolarità facendo in modo di riprenderla prima che il limite sia asciugato, ciò che si ritarderà inclinando un po'verso di lui la tavoletta, su cui sta il disegno che si colorisce. Quando la superficie è di qualche estensione, si potrà, prima di dare la tinta, stendervi su uno strato d'acqua limpida per ritardarne l'asciugamento e poterla riprendere facilmente.

382. Una tinta non si renderà forte dipingendo con un colore denso, ma ripetendo più volte una sull'altra alcune tinte leggere.

383. Nello stendere una tinta si lascierà sempre una lineetta bianca dalla parte che si suppone venire la luce; è conveniente di colorire i disegni avanti di passarne i tratti di forza e scriverne le quote. Se per un accidente qualunque alcuno si trovasse nella necessità di levare una tinta data, prenda una spugna finissima leggermente bagnata d'acqua e inumidisca la parte che vuole levar via; poi, bagnata un po' più la spugna, freghi leggermente la carta, e la tinta sparirà; tolga quindi tutta l'acqua che vi potesse esser rimasta, e se la carta avesse sofferto, la bagni leggermente con acqua satura di allume.

Per questa operazione si richiede sempre molta attenzione e pratica.

ARTICOLO II.

TAV. XXIII.

Dei Rilevamenti.

384. Il *rilevamento*, operazione che compie lo studio del disegno lineare, consiste nel disegnare un edifizio o una macchina qualunque dal rilievo dell'oggetto stesso più esattamente che sia possibile, senza il soccorso di alcuno strumento. Esso consta di quattro operazioni principali distinte, che sono:

1° *Riconoscere l'edificio in tutte le sue parti.* Prima di fare lo schizzo del rilevamento di un piano, si percorreranno attentamente tutti i membri che lo costituiscono, e poscia così tutti i piani che compongono l'edificio, affine di essere ben penetrati delle loro posizioni e dimensioni rispettive; quindi si rappresenteranno per mezzo di un abbozzo o schizzo, fatto a mano libera ed a vista a convenienti proporzioni, l'insieme e le parti dell'edifizio. È necessario far comprendere in questo abbozzo in modo chiaro e preciso la forma, la posizione e le dimensioni dell'oggetto in questione, particolarmente quando trattasi di far costruire un altro edificio o un'altra macchina simile a quello o a quella che si copia; perciò esso abbozzo dovrà contenere la *pianta*, *l'elevazione*, gli *spaccati*, i *profili*, le parti, ecc. Quando non si avesse altro scopo che di farne conoscere i principii o di darne un'idea, si disegneranno solamente le parti essenziali.

2° *Quotare l'abbozzo.* A quest'effetto si misurano esattamente tutte le parti dell'edificio o della macchina, e si scrivono in modo chiaro e distinto tutte le quote, per quanto è possibile, sulle parti stesse, a cui rispondono e nel senso delle dimensioni prese, seguando gli estremi con due frecce, dette *punti d'indicazione*, in questo modo: ◄——— ———►
Quando vi saranno più quote in una medesima linea, s'incomincierà dal notare la linea totale, poi le varie quote minori: si avranno così dei mezzi di certificazione, poichè la somma delle varie quote deve essere uguale al totale. Se qualcuna delle parti si presenta obliquamente al piano orizzontale o verticale di proiezione, si rappresenterà da canto per poi dedurne la proiezione obliqua.

3° *Verificare le quote principali, indi esaminare se si hanno tutte le quote per poter collegare le parti col tutto*, e riprodurre queste ad una scala conveniente secondo l'uso cui è destinato il disegno, e secondo quelle particolarità, che si vogliono far conoscere.

4° *Mettere in netto il disegno.* Sarà molto opportuno, appena si potrà, di scrivere coll'inchiostro le quote già scritte in matita, affinchè non si cancellino. Tale è il metodo seguito da chi voglia fare il disegno di una casa o d'una macchina già esistente, o studiar meglio un edifizio, che si vuol restaurare o adattare per usi diversi da quelli, cui prima era destinato. I rilevamenti eseguiti con attenzione forniscono a chi li fa un gran numero di nozioni pratiche e precise in fatto di costruzione.

385. Gli strumenti usati nei rilevamenti sono il triplometro, il metro ed il doppio decimetro, un piombino, un livello a *bolla d'aria* o un *archipenzolo*.

Per far meglio comprendere quanto abbiamo esposto in questa Tavola, daremo un esempio di rilevamento del fianco di un piccolo edificio, il quale serve per deposito di merci in una stazione delle ferrate nazionali.

Fig. 24 — 386. Il disegno di questa Figura è l'abbozzo quotato rilevato sul luogo, che l'alunno si proverà a mettere in iscala ed al pulito.

Fig. 25 — Questa Figura rappresenta il disegno dedotto dall'abbozzo terminato ossia messo al pulito.

387. Nel rilevamento dei fabbricati si avrà cura di rilevarne prima il perimetro esterno,

e poi l'interno, misurando attentamente tutti i lati delle camere, come pure le diagonali, poi la spessezza dei muri, delle porte, delle finestre, ecc., tracciandosi qualche linea d'operazione, affine di poter legare fra loro le varie quote dello schizzo. Si forma l'abbozzo: 1° del piano sotterraneo, figurandosi una sezione fatta all'altezza delle imposte delle vòlte; 2° del piano primo, secondo, ecc., immaginando una sezione fatta un decimetro al disopra del parapetto delle finestre; 3° del tetto, supponendolo visto dal disopra; 4° di uno o di più spaccati per far vedere le parti interne dell'edificio, e 5° della facciata esterna, oltre al disegno particolare di qualche parte, che nel piano generale non si potesse ben distinguere, le sagome delle cornici, l'abbozzo dei capitelli, e simili; cose tutte indispensabili per bene riprodurre il fabbricato. TAV. XXIII.

388. Abbiamo detto più sopra che talvolta, invece di elaborare tanti disegni, si usa farne un solo od al più due, facendo vedere l'esterno e lo spaccato sopra una medesima figura (1).

ARTICOLO III.

Esercizi di Disegno lineare: Applicazione dei varii problemi geometrici alla Costruzione dei Pavimenti a una o più tinte, a quella dei Meandri e delle Ringhiere.

TAV. XXIV.

389. *Disegnare il pavimento* AELF *formato da tanti parallelogrammi.* Fig. 1

Soluz. Si determini il quadrato *AELF* di una estensione uguale a quella del pavimento; vi si conducano le due diagonali *AL* ed *FE;* si dividano queste in un certo numero di parti eguali, per esempio in venti; si dividano *AE* ed *LF* in quattro parti eguali e in altro numero nei punti *B, C, D,* e *G, H, I;* si uniscano questi punti fra loro colle rette *BG, GH, DI;* si conducano alternativamente dai punti di divisione delle diagonali e nella direzione di esse tante parallele ne' rettangoli da loro formati, si cancellino le diagonali, e si avrà il disegno del pavimento desiderato.

390. *Disegnare il pavimento* MNOL *composto di tanti rettangoli disposti fra loro a spina pesce.* Fig. 2

Soluz. Determinato il quadro del disegno *MNOL* come nel problema precedente, si divideranno pure le sue diagonali in un certo numero di parti eguali; per i punti di divisione si condurranno delle parallele, le quali incontrandosi alternativamente ad angolo retto formeranno tanti rettangoli, che nel loro vicendevole attraversarsi comporranno, come nella Figura precedente, il pavimento voluto.

391. *Disegnare il pavimento* VXUT *scaccato, ossia composto di quadrati a due colori alternati.* Fig. 3

Soluz. Formato il quadro *VXUT* come nei problemi antecedenti, se ne divideranno le diagonali in un certo numero di parti eguali; indi, conducendo ad esse pei punti di divisione tante parallele, si formeranno altrettanti quadrati, che tratteggiati alternativamente a due colori formeranno il pavimento richiesto.

392. *Disegnare il pavimento* LMHN *formato da esagoni irregolari e rombi diversi in due tinte* o *scaccati a rete.* Fig. 4

Soluz. Si dividano i lati *LN* ed *HM* in un certo numero di parti eguali; con un raggio pari ad una di queste si descrivano tanti triangoli equilateri, come si vede nella Figura; fatto *fi* eguale ad *fm*, si conducano linee parallele pel loro vertici, le quali determineranno gli esagoni ed i rombi, o la loro combinazione formerà il pavimento dimandato.

393. *Costruire il pavimento* ABYZ, *formato di quadrati divisi da una diagonale e con colori alternati.* Fig. 5

Soluz. Si dividano i lati del quadro in quattro o in altro numero di parti eguali;

(1) Vedi la Prima Parte del Corso Compiuto, ecc.

TAV. XXIV. conducendo per esse tante parallele, queste s'intersecheranno a vicenda perpendicolarmente e determineranno tanti quadrati; si traccino in essi quadrati le diagonali, che limiteranno la tinta bianca dalla bigia; finalmente fatti altri quadrati inscritti coi lati paralleli ai primi, ed eguali alla metà di essi, ciò che si otterrà dividendo il lato del primo in quattro parti eguali, due di queste formeranno il lato del quadrato, che comporrà il pavimento richiesto.

Fig. 6 394. *Disegnare a tre tinte il pavimento a rombi* hi e 15.

Soluz. Si divida il lato *hl* come nei problemi antecedenti; preso *hb* per lato, si descriva un triangolo equilatero *bo*; dopo due divisioni si ripeta la stessa operazione col lato *db*, o in questo modo si avranno le inclinazioni da darsi alle linee, che formeranno i rombi, i quali comporranno il pavimento.

TAV. XXV. Fig. 1 395. *Disegnare a quattro tinte il pavimento* NQPO, *fatto di triangoli, che in complesso formano poligoni stellati.*

Soluz. Si operi come per il pavimento precedente, cioè descrivendo sul lato un triangolo, poi, condotte le diagonali in tutti i rombi, si avrà il pavimento voluto.

Per poco che attentamente si guardi, si vedrà, che il primo compartimento è identico al secondo, meno le diagonali e la varietà delle tinte; perciò sarà facile il cambiare i disegni di questo genere e moltiplicarli a volontà per esercizio degli alunni.

Fig. 2 396. *Costruire il pavimento* ABCD *composto di esagoni, trapezi, quadrati e rettangoli.*

Soluz. Si dividano i lati del quadrato in un certo numero di parti eguali; si traccino le due diagonali; per i punti di divisione dei lati si conducano ad esse tante parallele; prese due distanze *ac* e *cb*, si portino da una parte e dall'altra delle rette parallele alle diagonali, e queste linee incontrandosi vicendevolmente formeranno gli esagoni, che tratteggiati più oscuri comporranno il pavimento desiderato.

In questa Tavola abbiamo diviso ciascuna Figura in quattro parti formanti quattro disegni differenti, e ciò vuoi per moltiplicare gli esercizi, vuoi per isviluppare nel giovine alunno lo spirito d'invenzione, facendogli osservare con quale facilità e con che semplici mezzi si riesca a variare un disegno.

Fig. 3 397. *Disegnare i pavimenti compresi nel quadrato* RTXV.

Soluz. Si dividano i lati del quadrato *RTXV* in un certo numero di parti eguali, che si uniranno fra loro come nei problemi antecedenti; egli resterà spartito in un dato numero di quadrati più piccoli; diviso ciascuno di questi in cinque parti eguali, vi si formi un altro quadrato inscritto, il quale abbia per lato una lunghezza eguale a tre parti del primo: uniti gli angoli del primo coi vertici del secondo si formeranno intorno al quadrato quattro trapezi, i quali variamente tinteggiati formeranno i disegni compresi nel quadrato richiesto.

Fig. 4 398. *Disegnare i pavimenti compresi nel quadrato* DFGB.

Soluz. Diviso, come nei problemi antecedenti, il primo quadrato in tanti quadrati di minor dimensione, si spartiranno i lati di questi in otto parti eguali; s'inscriverà in ciascuno di essi un altro quadrato, il cui lato sia eguale a $^{7}/_{8}$ del primo; divisi i lati del quadrato maggiore in due parti eguali e unite queste fra loro con quattro rette, si avrà un terzo quadrato, il quale taglierà il secondo in varii punti; tutte le parti dei lati, che passano pel secondo quadrato, si uniranno in un poligono stellato a otto punte; finalmente, tinteggiando in diversi modi ora una parte ora l'altra, si potranno formare i differenti disegni compresi nel quadrato, od altri che s'inventeranno facilmente, derivandoli da questi.

Fig. 1 399. *Costruire il pavimento* ABCE *formato da quadrati e da ottagoni regolari.*

Soluz. Si dividano i lati del quadro in un certo numero di parti eguali, e da ciascun punto di divisione si conducano delle rette: esse taglieranno il quadrato in quadrati più piccoli, i quali poi si trasformeranno in tanti ottagoni, descrivendo dal vertice di ciascun loro angolo archi, che avranno per raggio la metà della diagonale, come indica la Fig. 2, Tav. X, nella quale si è trasformato un quadrato in un ottagono regolare. Da queste operazioni risulterà il pavimento *AFE*, poi tratteggiando i quadrati si avrà il pavimento *EDB* (1), ecc.

(1) Dei pavimenti formati a più disegni non se ne faccia eseguire dagli alunni che un solo per volta.

400. *Costruire i pavimenti compresi nel quadrato* PNGI *diviso nei quattro disegni* PQMO, OMLN, QMRG, MLIH. TAV. XXV.

Soluz. Divisi i quattro lati del quadro in un dato numero di parti eguali, si faranno passare per i punti di divisione tante rette, le quali spartiranno il quadrato in un certo numero di quadrati eguali; condotte le diagonali in ciascuno di questi, si divideranno in dieci parti eguali; fatto passare nei punti di divisione 2 ed 8 delle parallele alle diagonali e portata una delle loro parti da un lato e dall'altro delle parallele, si formerà un ottagono, e perciò il pavimento stesso. Operando analogamente su ciascuno dei quadrati, si otterranno i pavimenti richiesti, i quali combinati fra loro con differenti tinte presenteranno molta varietà e molto esercizio di disegno. Fig. 6

TAV. XXVI.

Dopo quanto si disse per la Tavola precedente, crediamo poter tralasciare la descrizione dei pavimenti compresi in questa, essendochè per la loro ovvia costruzione possono facilmente essere imitati da chi con attenzione ci abbia seguiti fin qui. Fig. 1, 2

401. *Come si opererà per descrivere o copiare i* meandri. Fig. 3, 4, 7, 8

Soluz. Per descrivere i *meandri*, figure così dette per lo loro tortuosità simili a quello del Meandro (fiume della Grecia), si condurrà un certo numero di linee parallele ed equidistanti fra loro, come 1, 2, 3, 4, 5, 6, ecc., e un certo numero di altre, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, ecc., perpendicolari alle prime, poi, osservando bene il meandro, nelle intersezioni dei piccoli quadrati se ne tracceranno, passando da una parallela all'altra, i giri, qualunque siano le loro varie combinazioni.

TAV. XXVII.

402. In questa Tavola abbiamo riunito varii disegni di ringhiere, fatte di ferro o di ghisa, o formate da semplici bacchette verticali parallele, diversamente lavorate o ripiegate e comprese fra la base e la cimasa, che sono le parti parallele, di cui una posa sul piano, l'altra serve di appoggio a chi sta sul balcone. Quasi tutti i suoi disegni sono divisi in due o tre parti differenti, sia per risvegliare ne' giovani principianti la inventiva, sia per presentar loro il maggior numero possibile di disegni; ciò non pertanto bisogna ch'essi ne eseguiscano una sola parte per volta, come già si disse de' pavimenti. Fig. 1, 2, 3

403. Per disegnare questa Figura si condurranno tante linee parallele e verticali distanti fra loro 150 millimetri, indi, presa questa distanza come lato di un triangolo equilatero, si determinerà l'altezza dei capitelli, su cui si formeranno gli archi gotici, che finiscono la ringhiera. Per eseguire gli altri disegni di questa Figura non si avrà che a condurre delle linee parallele alle prime, le quali, unite con archi semicircolari, compiranno il disegno. Fig. 2

404. Per disegnare questa Figura si condurranno tante rette parallele distanti fra loro a piacimento; con un raggio eguale alla distanza fra una bacchetta e l'altra si descriveranno tanti semicircoli. Fig. 3

Per formarne la seconda parte si tracceranno altri semicircoli paralleli ai primi, si condurranno delle rette parallele alle colonnine, e raccordate le rette e le curve con due semicircoli, dei quali nella Figura si vedono i centri, si avrà il disegno desiderato, che è proprio ad eseguirsi in pietra od in marmo.

Le ringhiere portate dalle Fig. 3, 10, 11, ecc., se s'intendono eseguite in pietra od in ferro fuso, prendono il nome di *plutei*, nome usato dai Romani.

405. Questa Figura rappresenta una mensola, e la sua descrizione è assai facile applicandovi le regole del raccordamento delle linee o della spirale. Essa è formata da varii archi raccordati fra loro con una spirale maggiore e due minori. Fig. 4

406. *Disegnare un' inferriata semicircolare.*

Soluz. Si descriva un semicircolo e se ne divida la circonferenza in un numero di parti eguali così, che le distanze non siano maggiori di 30 a 35 decimetri; ad una distanza pari a due di queste parti si portino esse dalla circonferenza del circolo maggiore verso il centro; si descriva un secondo semicircolo e, divisa la distanza da questo al primo, si faccia passare per il punto di divisione una circonferenza, sulla quale saranno posti tutti i centri dei circoli; nello spazio compreso fra il secondo ed il terzo si traccino per punti di divisione tanti raggi, si raccordino fra loro con semicircoli, e questi formeranno l'inferriata Fig. 5

TAV. XXVII. richiesta. Ommettiamo di descrivere la seconda parte della Figura, perchè variata di poco, così che può facilmente imitarsi da chi abbia disegnate le figure precedenti.

Fig. 6 407. *Descrivere una mensola quadrangolare con una spirale.*

Soluz. Si traccino due spirali nella guisa che abbiamo insegnato per i meandri, indi si raccordino con un arco di circolo, il quale costituirà la mensola.

Fig. 7 408. Per la costruzione delle Figure 7 ed 8 si operi come alla Fig. 2; divisa l'altezza delle colonnine in due parti eguali, si conduca una retta parallela alle altre due parallele, che formano l'altezza del balcone, sulla quale dovranno trovarsi i centri dei circoli; si raccordino questi opportunamente, e si avranno i disegni richiesti.

Fig. 8 409. La costruzione dei due disegni contenuti in questa Figura non presenta maggiori difficoltà dei precedenti, perchè consiste nel determinare i lati del rettangolo e fissare le distanze delle bacchette e i centri dei circoli, che debbono raccordarsi con esse, poi nel condurre a queste linee tante parallele distanti fra loro quanto si vuole che siano grosse le aste.

Fig. 9, 10 410. *Descrivere due ringhiere formate da ovali.*

Soluz. Si descrivano nel senso dell'asse minore tanti ovali tangenti fra loro, i quali abbiano per asse maggiore l'altezza della ringhiera, e determinatine i centri, come abbiamo insegnato per la descrizione degli ovali (N° 233, 236), si compirà facilmente il disegno domandato.

Fig. 11 411. Per disegnare questa Figura si determini un rettangolo, di cui l'altezza e la lunghezza siano eguali a quella della ringhiera; si traccino quattro rette, parallele alle prime, ma ad una certa distanza, formando così un altro rettangolo simile al primo; vi si conducano le diagonali; si dividano i suoi lati per metà, ed uniti fra loro i punti di divisione si avrà un rombo; si traccino infine delle parallele a queste rette a tanta distanza quanto si vuol grande lo spazio tra le bacchette o costole in ghisa o in ferro fuso, e si avrà il disegno proposto.

Per non aumentare in modo soverchio il volume di questo Manuale, abbiamo sempre supposto, come infatti debb'essere, che l'alunno sia costantemente assistito da un abile insegnante, che con la orale sua spiegazione supplisca, ove fa d'uopo, alla nostra brevità.

INTERROGAZIONI.

1. Che cosa è il disegno lineare? Come si divide?
2. Qual è la base del disegno lineare?
3. Che cosa è la Geometria?
4. Quante specie di estensione si distinguono?
5. Che si chiama corpo solido?
6. Che si chiama punto? Come si rappresenta?
7. Che dicesi linea?
8. In quante specie si distinguono le linee rispetto alla loro forma?
9. A che servono le linee punteggiate?
10. Che dicesi linea retta?
11. Che dicesi linea curva? Quali sono le forme principali che può avere?
12. Che linea chiamasi spezzata?
13. Che dicesi linea mista?
14. Quali sono le principali posizioni, che può avere una linea?
15. Quando dicesi orizzontale? quando verticale? quando inclinata?
16. Che cosa è il piombino?
17. Quali posizioni possono avere le linee fra loro?
18. Quando si dicono convergenti o divergenti?
19. Quando chiamasi perpendicolare una linea?
20. Quando chiamasi obliqua?
21. Quando si dicono parallele due o più linee?
22. Che si chiama angolo?
23. Quando dicesi retto? quando acuto? quando ottuso?
24. Che dicesi complemento d'un angolo? Che dicesi supplemento?
25. Da che dipende la grandezza d'un angolo? Come si legge un angolo?
26. Come si distinguono gli angoli rispetto alla forma dei lati?
27. A che cosa è uguale la somma di tutti gli angoli, che si possono fare attorno ad un punto dalla stessa parte d'una retta?
28. Quando si dicono adiacenti due angoli?
29. Quando chiamansi opposti al vertice?
30. Quando sono eguali due angoli rispetto ai lati e alla loro apertura?
31. Quando sono supplementari due angoli?
32. Quali sono gli angoli *alterni*, *interni*, *esterni*, *corrispondenti*, formati da due linee parallele tagliate da una trasversale?
33. Che dicesi piano? figura piana? perimetro?
34. Che cose chiamansi poligoni?
35. Che cosa è un triangolo? Che cosa n'è la base? Il vertice?
36. Come si possono dividere i triangoli?
37. Qual triangolo chiamasi equilatero?
38. Qual triangolo dicesi isoscelo od equicrure?
39. Che intendesi per altezza di un triangolo?
40. Quando dicesi scaleno il triangolo?
41. Qual triangolo dicesi rettangolo?
42. Quando chiamasi ottusangolo il triangolo?
43. Quando dicesi acutangolo il triangolo?
44. Quando dicesi rettilineo?
45. Quando dicesi curvilineo?
46. Quando dicesi mistilineo?
47. Quando dicesi quadrilatera una figura? Quanti e quali sono i quadrilateri, che si distinguono con nomi particolari?
48. Che cosa è il quadrato?
49. Che cosa è il rettangolo?
50. Che cosa è il rombo?
51. Che cosa è il romboide?
52. Che cosa è il trapezio?
53. Che cosa è il trapezio rettangolo?
54. Che cosa è il trapezoide?
55. Quali sono i nomi dei poligoni regolari dal pentagono al dodecagono?
56. Che dicesi apotema?
57. Quando dicesi convesso un poligono?
58. Quali angoli si chiamano salienti? quali rientranti?
59. Qual è il carattere distintivo dei poligoni convessi?

60. Quante diagonali si possono condurre in un poligono dallo stesso angolo?
61. Quando dicesi stellato il poligono?
62. Che dicesi circolo? Che dicesi circonferenza o periferia? Quanti raggi si possono tirare in un circolo?
63. Che si chiama raggio o semidiametro?
64. Che si chiama diametro?
65. Che si chiama segante?
66. Che si chiama tangente? Qual punto dicesi di contatto?
67. Che si dice arco? corda o sottesa? Come chiamasi la perpendicolare innalzata in mezzo alla corda?
68. Che si chiama segmento di circolo?
69. Che si chiama settore?
70. Quando si dicono concentrici due circoli?
71. Quando si dicono eccentrici?
72. Quando si dicono tangenti due o più circoli?
73. Come suol dividersi il circolo?
74. Come s'indicano i gradi e i minuti?
75. Qual angolo si chiama inscritto? Quando dicesi inscritta in e quando circoscritta ad un circolo una figura?
76. Che cosa è la corona circolare?
77. Che dicesi zona poligona?
78. Quando si dicono simili due o più figure? quando equivalenti? quando eguali?
79. Quali sono le altre figure curvilinee, che usansi nel disegno?
80. Che cosa è l'elisse?
81. Che cose si chiamano diametri coniugati?
82. Quali sono le principali proprietà dell'elisse?
83. Che si chiama corona elittica?
84. Che cosa è l'ovale?
85. Che si chiama ansa o manico di paniere?
86. Che si chiama ovolo?
87. Che si dice lunula?
88. Che si chiama biangola?
89. Che si dice arco gotico?
90. Che si dice piano?
91. Quando è contenuta in un piano una retta?
92. Quando è determinato un piano?
93. Che si dice angolo diedro?
94. Qual è la misura di un angolo?
95. Quando dicesi perpendicolare ad un piano una retta?
96. Qual è la più breve distanza da un punto dato ad un piano?
97. Quando è parallela ad un piano una retta?
98. Quando sono paralleli due piani?
99. Che si dice angolo solido o poliedro?
100. Qual condizione è necessaria, affinchè con angoli piani si possa formare un angolo solido?
101. Che si chiama solido o poliedro?
102. Per chiudere uno spazio in tutti i sensi quanti piani richiedonsi almeno?
103. Come si chiamano i poliedri dal numero delle facce?
104. Quali sono i poliedri, che si distinguono con nome speciale?
105. Che cosa è il tetraedro regolare?
106. Che cosa è l'esaedro regolare o cubo?
107. Che cosa è l'ottaedro regolare?
108. Che cosa è il dodecaedro regolare?
109. Che cosa è l'icosaedro? qual è il carattere dei poliedri regolari?
110. Che cosa è un prisma? che si dice altezza d'un prisma? quando dicesi retto il prisma? quando obliquo? quando regolare? che si dice asse del prisma? quando dicesi tronco il prisma? quai nomi prende il prisma per rapporto alla forma della base? quando dicesi parallelepipedo il prisma? quando rettangolo?
111. Che chiamasi cilindro? quando è retto? quando obliquo? quando tronco? quando è un disco? come chiamasi la linea, che si avvolge attorno al cilindro?
112. Che dicesi una piramide? che intendesi per suo vertice? che intendesi per altezza d'una piramide? quai nomi prende la piramide rispetto alla base? quando dicesi retta la piramide? quando obliqua? quando regolare? quando equilatera? quando tronca?
113. Che si chiama cono? quando dicesi retto? quando obliquo?
114. Quali sono le principali sezioni, che possono farsi in un cono, e quei nomi prendono?
115. Che cosa è una sfera? quai circoli diconsi maggiori? quali minori? quali meridiani? quali paralleli? qual circolo dicesi equatore?
116. Quali sono le parti della superficie sferica, che si considerano specialmente?
117. Che dicesi calotta sferica?
118. Che cosa è una zona sferica?
119. Che si chiama fuso sferico?
120. Che dicesi poligono sferico?
121. Quali sono le parti solide della sfera, che si considerano nella geometria elementare?
122. Che cosa vien detto segmento sferico?
123. Che si chiama unghia sferica?
124. Che si dice settore sferico?
125. Che cosa è la piramide sferica?
126. Quando si dicono simili due o più solidi?
127. Quando diconsi eguali due solidi?
128. Quando si chiamano simmetrici di forma e di posizione due solidi?
129. Che chiamasi elissoide o sferoide?
130. Come si chiamerebbe un cilindro, che avesse per base un'elisse?

131. Qnali sono gli strumenti e gli oggetti più usati nel disegno geometrico?
132. Che cosa è il regolo o la riga? come si verifica?
133. Cho cosa è la sqnadretta? come si verifica? a cho serve?
134. Che cosa è il curvilinoo o *pistolet?*
135. Che cosa è il portamatite?
136. Qnali penne usansi nel disegno?
137. Che cosa è il tiralinee?
138. Che cosa è la tavoletta o stendltolo?
139. Che cosa sono le righe accoppiate o parallele?
140. Che cosa è il doppio decimetro?
141. Che cosa è il compasso di riduzione?
142. Qoali pennelli usansi nel disegno?
143. Che cosa è il compasso a punto fisse?
144. Che cosa è il compasso a punto mobili?
145. Che cosa è il balaustrino? a che serve?
146. Che cosa è il semicircolo gradnato o rapportatore?
147. Che cosa sono gli spilli? a che servono?
148. Da che si conosce, se l'inchiostro di China è di bnona qualità?
149. Che qualità debbe avere la carta per essere bnona? Come si opera per fissarla sulla tavoletta?
150. Cho cosa è la gomma elastica? a cho serve?
151. Como debbono essere le matite da usarsi nel disegno?
152. A quanti si possono ridurre i colori usati nel disegno geometrico?
153. Che debbesi faro prima d'incominciare un disegno?
154. Como si condnce una retta perpendicolare in mezzo n un'altra retta?
155. Come s'innalza una perpendicolare da nn punto dato sopra nna retta?
156. Dato un punto fuori d'una retta, come si abbassa su questa una perpendicolare?
157. Como s'innalza nna perpendicolare all'estremità d'una retta data senza prolungarla?
158. Come si risolve il problema antecedente per mezzo della squadra?
159. Come si forma sopra nna retta un angolo eguale ad un dato?
160. Come si forma un angolo eguale alla somma di tre angoli dati?
161. Come si forma un angolo eguale alla differenza di dne dati?
162. Come si divide un angolo in due parti egnali?
163. Come si divide un angolo in 4, 8, 16 parti egnali?
164. Como si divide un angolo in un numero di parti non multiplo di duo?
165. Come si misura nu angolo col semicircolo gradnato?
166. Dnta una retta, como se ne condnce ad essa un'altra parallela, cho passi per nu punto dato?
167. Come si traccia ad nna retta data una parallela a nna distanza eguale ad un'altra retta data?
168. Come si tracciano colla squadra e colla riga delle rette parallele ad una retta data?
169. Come si tracciano colla riga e colla squadra delle linee parallele oblique?
170. Come si divide per metà un angolo, il cui vertice cade fuori del disegno?
171. Come si divide una retta in 2, 4, 8, ecc., parti eguali?
172. Come si divide nna retta in un numero qualunque di parti eguali, per esempio in 4?
173. Come si dividonna retta in 9 parti eguali od in un numero qualunque usando la riga e la squadra per tracciare le parallele dividenti?
174. Come si costruisce un triangolo equilatero, essendone dato il lato?
175. Dati due lati o l'angolo compreso, come si costruisce il triangolo?
176. Dato un lato e due angoli ad esso adiacenti, come si costruisce il triangolo?
177. Dati i tre lati, come si costruisce il triangolo?
178. Dato un lato, un angolo adiacente ed un lato opposto a quest'angolo, come si costruisce il triangolo?
179. Dato nu lato e la base, come si costruisce il triangolo isoscele?
180. Dato il cateto o l'ipotenusa, come si costruisce il triangolo rettangolo?
181. Quando è possibile la costruzione del triangolo, datine dne lati?
182. Dato un lato, come si costruisce il quadrato?
183. Data la diagonale, come si costruisce il quadrato?
184. Come si forma un quadrato doppio, quadruplo d'un altro dato?
185. Come si costruisce nn quadrato, quando non si conosce cho la differenza tra la diagonale ed il lato?
186. Come si costruisce nu quadrato, di cui si conosce la metà della diagonale?
187. Dati due lati adiacenti, come si costruisce il rettangolo?
188. Data una delle diagonali o l'angolo da esse formato, come si costruisce il rettangolo?
189. Come si costruisce nn rombo, essendone date le diagonali?
190. Come si costruisce un trapezio simmetrico, di cui si conoscono i dne lati paralleli e l'altezza?
191. Come si costruisce un trapezio, conoscendone i quattro lati, od essendo distinta la base o il lato ad essa parallelo?

192. Conoscendo i quattro lati e la diagonale, come si costruisce il quadrilatero?
193. Come si fa passare la circonferenza di un circolo per tre punti dati?
194. Come si determina il diametro ed il centro di un circolo dato?
195. Come si conduce da un punto dato una tangente ad un circolo dato?
196. Come si conducono ad un circolo due tangenti da un punto dato?
197. Come si descrive una circonferenza tangente ad una retta in un punto dato, e passante per un punto fuori?
198. Come si determina il centro d'una circonferenza, che deve toccarne un'altra in un punto dato, e passare per un altro punto pure dato?
199. Come si determina il centro di un circolo, che deve passare per un punto dato dentro un altro circolo, ed essere tangente alla circonferenza del medesimo in un punto determinato?
200. Dato un circolo, come se ne divide la circonferenza in tre parti eguali?
201. Come si divide una circonferenza circolare in quattro parti eguali?
202. Come si divide una circonferenza di circolo in cinque parti eguali?
203. Come si divide una circonferenza di circolo in sei parti eguali?
204. Come si divide una circonferenza di circolo in sette parti eguali?
205. Come si divide una circonferenza di circolo in otto parti eguali?
206. Come si divide una circonferenza di circolo in nove parti eguali?
207. Come si divide una circonferenza di circolo in dieci parti eguali?
208. Come si divide una circonferenza di circolo in 5, 6, 8, 10, 11, 16, parti eguali?
209. Qual è la costruzione, colla quale si può dividere una circonferenza in un certo numero di parti eguali, per esempio in nove?
210. Come s'inscrive un triangolo equilatero in un circolo dato?
211. Come s'inscrive un quadrato in un circolo dato?
212. Come s'inscrive un pentagono in un circolo dato?
213. Come si opera per inscrivere un esagono, un ettagono, od un ottagono in un circolo dato?
214. Come s'inscrive un decagono in un circolo dato?
215. Come si costruisce un pentagono regolare, essendone dato il lato?
216. Come si costruisce un esagono, essendone dato il lato?
217. Come si costruisce l'ottagono regolare, essendone dato il lato?
218. Come si costruisce un ettagono, essendone dato il lato?
219. Come si costruisce l'ennagono regolare, essendone dato il lato?
220. Dato un circolo, come si costruisce nel medesimo un esagono regolare?
221. Dato un triangolo, come s'inscrive in esso un circolo tangente ai suoi tre lati?
222. Dato un quadrato, come gli s'inscrive un circolo tangente ai quattro lati?
223. Come si fa passare la circonferenza di un circolo per tre punti dati?
224. Come si descrive un circolo tangente a tre rette, che s'incontrano a due a due?
225. Come si conducono due tangenti esterne comuni a due circoli dati?
226. Come si conducono due tangenti interne comuni a due circoli dati?
227. Date due rette non parallele oppure che si incontrano, come si descrivono due o più circoli tangenti fra essi ed alle rette?
228. Come si trasforma un quadrato in un ottagono regolare?
229. Come si trasforma un parallelogramma qualunque in un rettangolo equivalente?
230. Dato un triangolo, come lo si trasforma in un altro equivalente con un angolo dato?
231. Come si descrive un poligono stellato di 8 punte?
232. Come si descrive un ovale, di cui si conosce l'asse maggiore?
233. Come si descrive un ovale più schiacciato per mezzo di due circoli tangenti, essendone dato l'asse maggiore?
234. Come si descrive per mezzo di circoli tangenti un ovale meno schiacciato, di cui si conosce l'asse maggiore?
235. Come si descrive un ovale più schiacciato, datone l'asse maggiore *NO*?
236. Come si descrive un ovale conoscendo i due assi *AB* e *CD*?
237. Come si descrive l'elisse detta del giardiniere?
238. Come si descrive l'elisse per punti, essendone dati i due assi?
239. Come si descrive l'elisse per punti, conoscendone i due assi, per mezzo d'ordinate ai diametri dei circoli descritti su quelli?
240. Come si descrive l'elisse col compasso elittico, conoscendone i due assi?
241. Come si trovano il centro, gli assi ed i fochi di un'elisse data?
242. Come si conduce una tangente ad un punto preso sulla curva dell'elisse, di cui si conosce l'asse maggiore ed i fochi?

243. Come si conduce nna tangente ad un'elisse per un punto dato fuori di essa?

244. Per nn punto dato sull'elisse come si conduce nna normale a questa curva?

245. Come si costruisce nna circonferenza intorno ad uno spazio o vnoto od occupato, che non permette di segnare il centro nè di far uso del compasso?

246. Come si traccia un'elisse intorno ad un ostacolo, il quale non permette di segnarne i diametri?

247. Che chiamasi arco rampante? in quai casi si adopera?

248. Come si descrive nn arco rampante, di cui è data la linea di sommità?

249. Come si descrive nn arco rampante, di cui è data la linea di sommità ed il punto di tangenza?

250. Data la linea di salita e la sua direzione, come la si conduce, e come si descrive l'arco rampante?

251. Che dicesi parabola? In che s'impiega nelle arti per le molte sue proprietà?

252. Come si descrive una parabola, della quale si conosce l'asse, il vertice ed un punto qualunque?

253. Come si descrive un ovolo, ossia nna figura curvilinea avente la forma d'un uovo, di cui è dato l'asse maggiore?

254. Come si descrive un ovolo, di cni sone dati i due assi?

255. Che dicesi raccordamento delle linee?

256. Come si raccorda una porzione d'arco di circolo con una retta, essendo fissato un punto sull'arco?

257. Come si raccordano due rette con un arco di circolo passante per nn punto dato?

258. Come si raccordano due rette, che formano nn angolo ottuso, con un arco di circolo?

259. Come si raccorda una retta data con nna circonferenza mediante nn arco di circolo?

260. Come si descrive da nn punto come centro nna circonferenza, che si raccordi con nn arco dato?

261. Come si tracciano degli archi di circolo tangenti fra loro e passanti per due punti dati?

262. Come si raccordano due rette con nn arco di circolo, il qnale deve passare per un punto dato sulla linea, che divida l'angolo formato da due rette?

263. Come si determina il centro d'nn circolo, il quale deve essere tangente a tre rette, di cni due sone parallele?

264. Come si tracciano degli archi di circolo simmetrici in un quadrato in modo, che uniti fra loro formino nna modanatura semicircolare?

265. Come si descrive una gola formata d'archi di circoli tangenti e passanti per due punti dati, i quali hanno per raggio la metà della distanza fra questi due punti?

266. Come si tracciano in un quadrato degli archi di circolo simmetrici ed uniti fra loro per una modanatura semicircolare?

267. Come si può ottenere un arco di circolo passante per tre punti dati, essendo inaccessibile il suo centro?

268. Come si uniscone due rette, le quali formano un angolo con una curva, che cominci e termini in due punti sn di esse?

269. Come si rettifica approssimativamente nna linea curva qualunque?

270. Come si descrive nna spirale?

271. Come si trova la comune misura di due rette date?

272. Che dicesi copia di un disegno? Quai processi si dicono grafici? quali meccanici?

273. Come si costruisce una figura eguale o copia del poligono mediante normali?

274. Come si opera per copiare nna linea curva?

275. Come si potrebbe copiare, ad esempio, il disegno di un piano rappresentante un gruppo di case, per mezzo di triangoli, i quali abbiano tutti la stessa base? come per intersezioni?

276. Come si copia un disegno per mezzo della reticola?

277. Come si forma la reticola, quando non la si può costruire sull'originale?

278. Volendo copiare degli ornati, come si costruisce la reticola?

279. Come si copia una figura rettilinea, per esempio un meandro? come chiamasi il metodo di punteggiamento usato dai pittori?

280. Come si copierebbe nn ornato circolare?

281. Come si copia collo spolvero?

282. Come si opera per copiare un ornato con carta trasparente?

283. Che chiamasi riduzione di un disegno? quante specie di riduzioni vi sone? come si possono effettuare le riduzioni? quali sone gli strumenti usati per ridurre i disegni? quali ne sono i mezzi?

284. Come si riduce nn disegno qualunque, per esempio quello di nn giardino, ad un terzo col compasso di proporzione?

285. Come si opera quando si vuol ridurre un disegno ad nn rapporto dato?

286. Come si riduce mediante la reticola un disegno, per esempio quello d'una fortezza pentagonale?

287. Come si riduce un poligono ai tre quarti d'un altro dato?

288. Che dicesi angolo di riduzione?

289. Come si costruisce un angolo di riduzione per ridurre un disegno ai suoi tre quinti?
290. Come si opera per servirsene?
291. Che dicesi scala di proporzione? che rappresenta?
292. Prima d'incominciare un disegno, che bisogna fare?
Data la dimensione naturale dell'oggetto e la dimensione del foglio, come si trova la scala?
Dato il denominatore della scala e la lunghezza grafica, come si trova la lunghezza naturale?
Data la lunghezza naturale ed il denominatore naturale, come si trova la lunghezza grafica? come trovansi le dimensioni del quadro, che alla scala di $^1/_{25}$ deve rappresentare un piano già disegnato alla scala di $^1/_{12}$ contenuto in un quadro di metri 0,60 di lunghezza per metri 0,40 di larghezza? Se un disegno è costruito alla scala di 1 a 10, di 1 a 20, di 1 a 100, di 1 a 200, di 1 a 1000, un millimetro sul disegno a quanti metri corrisponderà sull'oggetto naturale?
293. Come si opera per costruire la scala grafica, che si pone ordinariamente negli angoli dei disegni?
294. Come si compone generalmente la scala semplice, quando le sue unità sono minori di un millimetro?
295. Come si costruisce la scala semplice?
296. Qual è la costruzione d'una scala ticonica o trasversale in metri?
297. Come si opererà per prendere le misure sulle scale ticoniche?
298. Fino a qual limite può spingersi l'approssimazione delle scale? alla scala di 1 a 10, a 100, a 1000 ecc., quali sono le unità dell'ordine inferiore, che si possono ottenere?
299. Come si classificano le scale?
300. Qual è la proprietà delle scale nel sistema decimale?
301. Come si costruiscono le scale aventi per numeratore l'unità, e contenenti al denominatore fattori differenti da 2 e da 5?
302. Come si esprimono in forma concreta le scale?
303. Di quai disegni si servono gl'ingegneri, gli architetti, gl'industriali, ecc., per rappresentare gli oggetti d'arte?
304. Come chiamansi i piani orizzontale e verticale, su cui si fanno le proiezioni?
305. Che si dicono linee proiettanti?
306. Che si dice proiezione orizzontale?
307. Come chiamasi anche la proiezione verticale?
308. Come cambiano le proiezioni d'un poliedro?
309. Come si disegna la proiezione d'un punto?
310. Che risulta dal principio della proiezione precedente?
311. Quando i due piani sono sviluppati, come s'indicano le loro proiezioni?
312. Come si determina la proiezione d'una linea retta?
313. Come sono determinati i piani di proiezione, quando sono sviluppati?
314. Come si determina la proiezione d'una linea curva?
315. Come si proiettano le superficie piane, quando sono parallele al piano verticale? quando sono parallele al piano orizzontale?
316. Come si opererà per determinare la proiezione di un esagono?
317. Come si determina la proiezione d'un circolo?
318. Come si opererebbe, quando il circolo fosse parallelo ai piani orizzontale e verticale?
319. Come si rappresenta la proiezione di un rettangolo: 1° parallelo al piano verticale ed obliquo al piano orizzontale; 2° obliquo ai due piani?
320. Come si rappresenta la proiezione d'un pentagono regolare, parallelo od obliquo ai due piani, formando con questi angoli dati?
321. Come si rappresenta la proiezione di un circolo: 1° parallelo al piano verticale e perpendicolare al piano orizzontale; 2° obliquo ai due piani?
322. Come si determina la proiezione di un poligono stellato: 1° parallelo al piano verticale e perpendicolare al piano orizzontale; 2° obliquo al piano verticale?
323. Come si tracciano le proiezioni orizzontale e verticale di un cubo?
324. Come si determinano i tratti di forza?
325. Qual è la vera inclinazione de' raggi luminosi rispetto ai piani?
326. Quale strumento si può usare per determinare la direzione dei raggi luminosi?
327. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale di un prisma quadrangolare o parallelepipedo?
328. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'un prisma triangolare?
329. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'un prisma esagonale retto?
330. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale di un cilindro retto?
331. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide quadrangolare retta?
332. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide pentagonale retta?

333. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'un cono retto?
334. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'una piramide retta, quadrangolare, tronca da una sezione parallela alla base?
335. Come si determinano le proiezioni d'una piramide retta, pentagonale, tronca con una sezione parallela alla base?
336. Come si determinano le proiezioni orizzontale e verticale d'un cono retto tronco con una sezione parallela alla base?
337. Come si determinano le proiezioni di un cilindro retto cavo, avente una sezione parallela al piano verticale?
338. Quando si usano gli spaccati?
339. Come si determina una porzione di cilindro retto scanalato sulla sua circonferenza?
340. Come si opera per tracciare la proiezione verticale del cilindro, quando n'è data l'altezza?
341. Che cosa fa conoscere la sezione su questo cilindro?
342. Quale avvertenza fa d'uopo usare negli spaccati?
343. Come si determinano le scanalature sulla superficie convessa di un cilindro separate da un listello?
344. Che chiamasi elica?
345. Che chiamasi giro dell'elica o spira?
346. Che si chiama passo dell'elica?
347. Che chiamasi superficie elicoidale?
348. Come si descrive un'elica cilindrica? come una superficie elicoidale?
349. Ove s'impiegano le viti ed in quali maniere?
350. Quali parti bisogna distinguere in una vite?
351. Come si traccia una vite a pane triangolare colla sua chiocciola?
352. Quando è detta a filo quadrato una vite?
353. Che cosa sono le chiocciole delle viti?
354. Come si disegnano le chiocciole?
355. Come si distinguono le viti nella pratica?
356. Come si esprimono i filetti d'una vite, quando il disegno è a piccola scala?
357. Come s'impiega l'elica nella costruzione delle scale dette a chiocciola?
358. Quali sono le cose, che più comunemente accade di dover rappresentare in architettura?
359. Come si rappresenta una porta semplice?
360. Come si rappresenta una finestra con lo stipite?
361. Quali sono i nomi delle varie parti d'una finestra semplice?
362. Come si rappresenta un camino ordinario?
363. Come si rappresentano i camini ornati?
364. Quali sono le dimensioni ordinarie dei camini?
365. Qual forma si dà alle stufe, che si sostituiscono ai camini?
366. Come si rappresentano i camini da cucina?
367. Come si rappresentano i fornelli da cucina?
368. Come si rappresenta una vasca in pietra?
369. Come si rappresentano i pozzi con parapetto?
370. Come si disegna una pietra da mettere sui condotti per lo scolo delle acque?
371. Come si rappresenta una vasca piena d'acqua?
372. Come si rappresenta un bigliardo?
373. Come si rappresenta un'alcova?
374. Come si rappresenta una scuderia?
375. Come si rappresentano le scale?
376. Come si rappresenta una rimessa?
377. Come si rappresenta un luogo comune?
378. Quali sono i colori, che si usano nel disegno geometrico?
379. Che cosa sono i colori, che si usano nel disegno geometrico?
380. Che colori si usano nell'architettura per indicare gli edifizi in progetto, da demolirsi od in rovina?
381. In qual modo si stenderà una tinta?
382. Come si opera per istendere una tinta un poco densa?
383. Quale modo devesi usare occorrendo di levare una tinta già data?
384. Che cosa è il rilevamento, e di quante operazioni consta?
385. Quali sono gli stromenti usati nei rilevamenti?
386. A che serve l'edifizio rilevato in queste figure?
387. Quali sono le cose da curarsi nel rilevamento dei fabbricati?
388. Che si può fare talvolta invece di eseguire diversi disegni per rappresentare una costruzione?
389. Come si disegna un pavimento formato di tanti parallelogrammi?
390. Come un pavimento formato di tanti rettangoli a spina pesce?
391. Come un pavimento formato da quadrati di due colori alternati o scaccato?
392. Come un pavimento formato da esagoni regolari e rombi in due tinte o scaccato a rete?
393. Come si costruisce un pavimento formato di quadrati divisi da una diagonale con colori alternati?
394. Come si disegnerà a tre tinte un pavimento a rombi?
395. Come si disegnerà un pavimento formato di triangoli, che in complesso formano poligoni stellati?
396. Come si costruirà il pavimento composto di esagoni, trapezi, quadrati o rettangoli?
397. Come si disegnano i pavimenti compresi nel quadrato *RTXV*?
398. Come si costruisce un pavimento formato da quadrati e ottagoni regolari?
399. Come si costruiscono i pavimenti compresi nel quadrato *PNGI*?
400. Come si opera per descrivere o copiare i meandri?
401. Come si disegnano le ringhiere, Figure 1, 2, 3 della Tav. XXVII?
402. Come si descrive una mensola?
403. Come si disegna un'inferriata semicircolare?
404. Come si descrive una mensola per mezzo di una spirale quadrangolare?
405. Come si descrive la Figura 7 della Tavola XXVII?
406. Come si costruisce la Figura 8 della Tavola XXVII?
407. Come si descrivono le ringhiere formate da ovali?
408. Come si disegna la Fig. 11 della Tavola XXVII?

Circolo
Circonferenza
Centro
Raggio
Fig. 1 Circolo
Fig. 2 Circonferenza sferica
Fig. 3 Centro
Fig. 4 raggio
Semicircolo
Diametri
Segante
Tangente
Fig. 5 Semicircolo Diametro
Fig. 6 Diametri perpendicolari
Fig. 7 Segante
Fig. 8 Tangente Punto di contatto
Corda, Arco
Saetta
Segmento
Settore
Fig. 9 Arco Corda
Fig. 10 Saetta
Fig. 11 Segmento
Fig. 12 Settore
Figure curvilinee
Fig. 13
Fig. 14 Circoli concentrici
Fig. 15 Circoli eccentrici
Fig. 16 Circoli tangenti internamente
Circoli tangenti esternamente
Fig. 17
Fig. 18 Circolo diviso in 360 gradi
Fig. 19 Circolo diviso in 400 gradi
Fig. 20 Circolo circoscritto Poligono inscritto
Fig. 21 Poligono circoscritto Circolo inscritto
Fig. 22 Corona circolare
Fig. 23 Zona poligona
Fig. 24 Circonferenza elittica
Fig. 25 Elisse
Fig. 26 asse minore asse maggiore
Fig. 27 raggi vettori
Fig. 28 Ovolo
Fig. 29 Lunula
Fig. 30
Fig. 31 Arco gotico

Scuole Tecniche
STROMENTI AD USO DEL DISEGNATORE
Righe, tavoletta, squadre, righe accoppiate, compassi inchiostro di china, colori, doppio decimetro, scala, rapportatore.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 9
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21
Fig. 22.
Fig. 24.
Carmino
Seppia
Azzurro di Prussia
Indaco
Terra di Siena
Gomma gutta
Verde Minerale
Bianco d' Argento
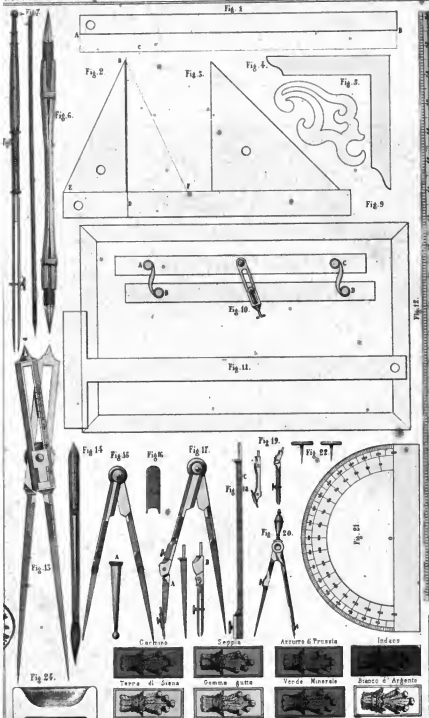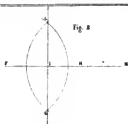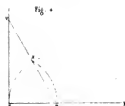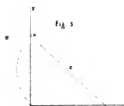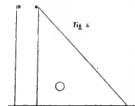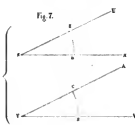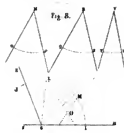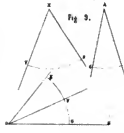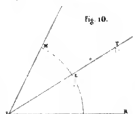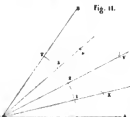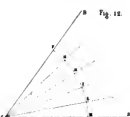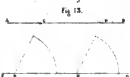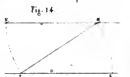
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14
Fig. 15.

PROBLEMI GRAFICI DI GEOMETRIA

Descrizione dei circoli, dei poligoni regolari inscritti

Scuole Tecniche

Tav. IX.

PROBLEMI GRAFICI DI GEOMETRIA

Descrizione dell'Ellisse e dell'Ovale

Fig. 1.

Fig. 2ª

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

Fig. 8.

Fig. 9

Fig. 10

PROBLEMI GRAFICI DI GEOMETRIA

Linee Tangenti e normali all'Elisse Archi rampanti, Parabola.
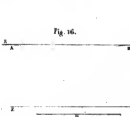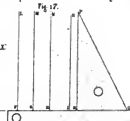
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.
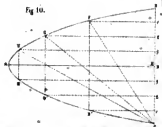
Fig. 8.

Fig. 9.
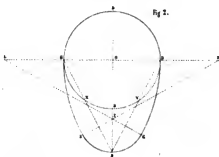
Fig. 10.
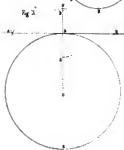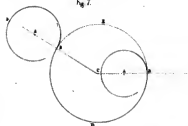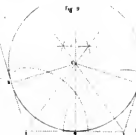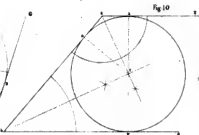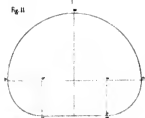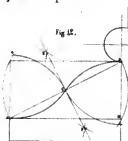
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12.
Fig. 13.

Fig 1.
Fig 2.
Fig 3.
Fig 4.
Fig 5.
Fig 6.
Fig 7.
Fig 8.
Fig 9.
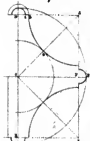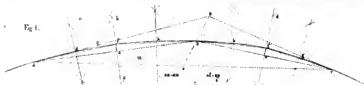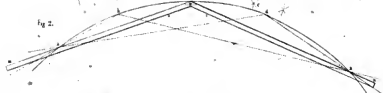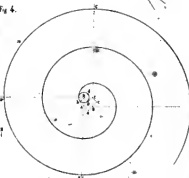
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 7.

Fig. 6.
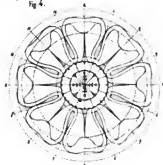
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4

Fig. 5

STUDIO DELLE PROIEZIONI

Solidi, Cubi, Prismi, Cilindri, Piramidi e Coni

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8.

STUDIO DELLE PROIEZIONI dei Solidi con Sezioni parallele al piano verticale

Prof. Bedi dis.

Lit. Giordano e Salvezolis

STUDIO DELLE PROIEZIONI
Descrizione dell'Elica o superficie elicoidale, della Vite e della Scala a chiocciola
Scuole Tecniche
Tav. XXII
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5

Scuole Tecniche
ESERCIZI DI DISEGNO LINEARE
Palchetti o pavimenti ad un sol colore o più.
Tav. XXIV.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

ESERCIZI DI DISEGNO LINEARE

Palchetti o pavimenti ad un sol colore o più.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

ESERCIZI DI DISEGNO LINEARE

Palchetti o pavimenti ad un sol colore o più.

ESERCIZI DI DISEGNO GEOMETRICO

Ringhiere alla scala di $\frac{1}{11}$

Prof. Bodi dis.

Lit. Giordano e Salussolia